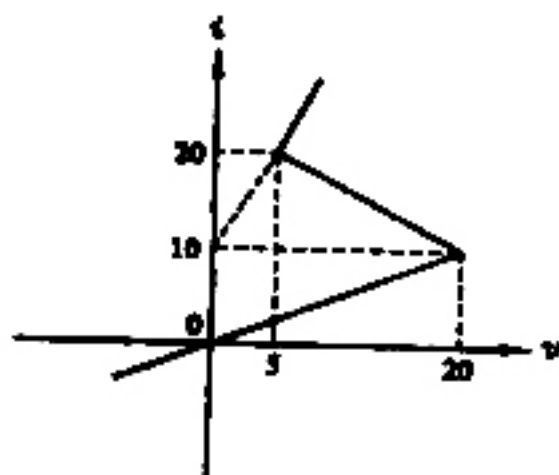


## مدارهای ساده



شکل (مسأله ۱-۳)

۱- مشخصه  $v-i$  یک مقاومت غیرخطی در شکل (مسأله ۱-۳) داده شده است. این مشخصه را به صورت زیر

می‌نویسیم:

$$v = a_0 + a_1 i + b_1 |i - I_1| + b_2 |i - I_2|$$

ضرایب  $a_0, a_1, b_1, b_2, I_1, I_2$  را تعیین کنید.

حل:

معادله  $v$  برحسب  $i$  به صورت زیر خواهد بود:

$$v = \begin{cases} 2i & i < 10 \\ -\frac{3}{2}i + 35 & 10 < i < 20 \\ \frac{1}{2}i - 5 & i > 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 10 \\ I_2 = 20 \end{cases}$$

$$2i = a_0 + a_1 i - b_1(i - 10) - b_2(i - 20)$$

:  $i < 10$

$$2i = a_0 + 10b_1 + 20b_2 + (a_1 - b_1 - b_2)i \Rightarrow \begin{cases} a_1 - b_1 - b_2 = 2 \\ a_0 + 10b_1 + 20b_2 = 0 \end{cases} \quad (I)$$

$$-\frac{3}{2}i + 35 = a_0 + a_1 i + b_1(i - 10) - b_2(i - 20) \quad : 10 < i < 20$$

$$-\frac{3}{2}i + 35 = a_0 - 10b_1 + 20b_2 + (a_1 + b_1 - b_2)i \Rightarrow a_1 + b_1 - b_2 = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2}i - 5 = a_0 + a_1 i + b_1(i - 10) + b_2(i - 20) \quad : i > 20$$

$$\frac{1}{2}i - 5 = a_0 - 10b_1 - 20b_2 + (a_1 + b_1 + b_2)i \Rightarrow a_1 + b_1 + b_2 = \frac{1}{2}$$

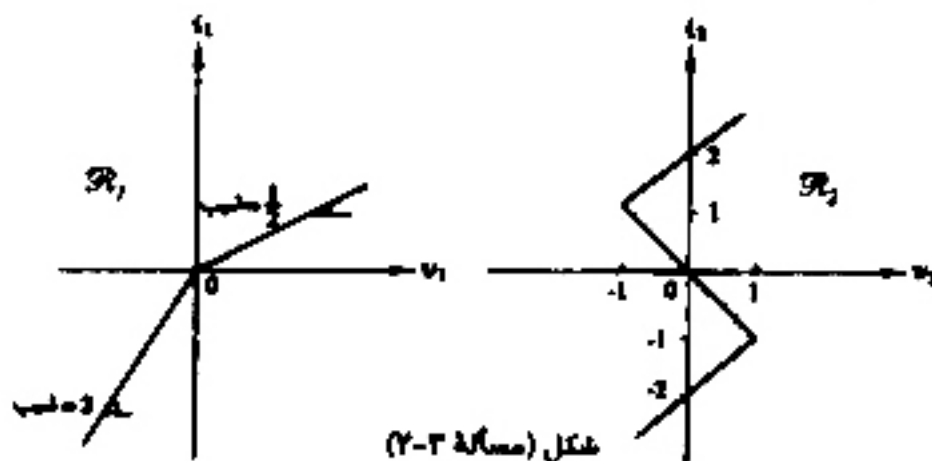
با حل دستگاه سه معادله سه مجهولی زیر مقادیر  $a_1$ ,  $b_1$  و  $b_2$  بدست می آیند:

$$\begin{cases} a_1 - b_1 - b_2 = 2 \\ a_1 + b_1 - b_2 = -\frac{3}{2} \\ a_1 + b_1 + b_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{5}{4} \\ b_1 = -\frac{7}{4} \\ b_2 = 1 \end{cases}$$

با قرار دادن مقادیر فوق در رابطه (I)، مقدار  $a_0$  بدست می آید:

$$a_0 + 10b_1 + 20b_2 = a_0 - \frac{70}{4} + 20 = 0 \Rightarrow a_0 = -\frac{5}{2}$$

۲- مشخصه مقاومت‌های غیرخطی  $\mathcal{R}_1$  و  $\mathcal{R}_2$  در شکل (مسئله ۳-۲) داده شده‌اند. مشخصه‌های اتصال سری و اتصال موازی آنها را رسم کنید.

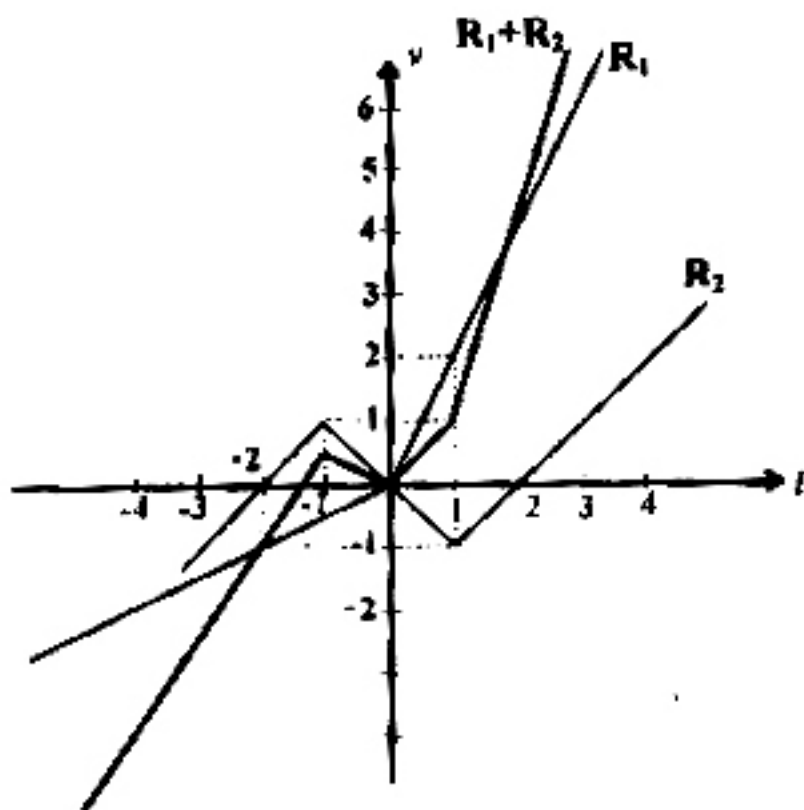


شکل (مسئله ۳-۲)

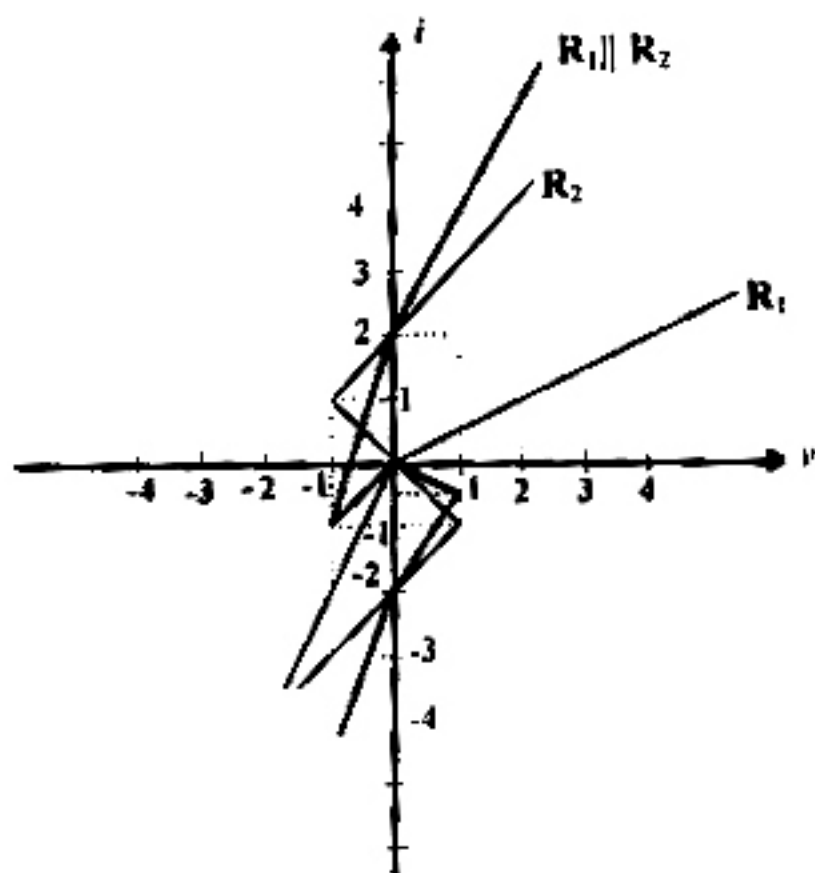
حل:

اتصال سری:

مشخصه‌های مقاومت‌های  $\mathcal{R}_1$  و  $\mathcal{R}_2$  را در یک محور مختصات  $i-v$  بر حسب آیهورت زیر رسم می‌کنیم و مقادیر ولتاژ مقاومتها را به ازای هر  $i$  با هم جمع می‌کنیم تا مشخصه اتصال سری بدست آید:



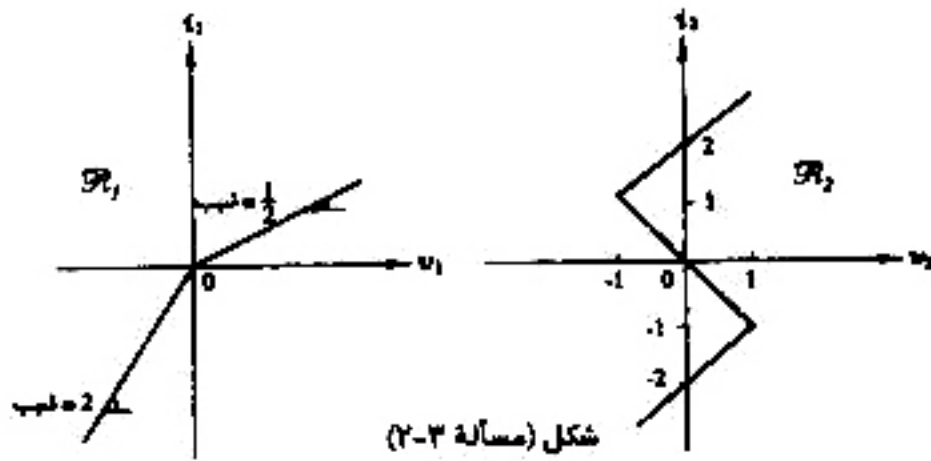
اتصال موازی: مشخصه‌های مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  را در یک محور مختصات  $i$  بر حسب  $v$  بصورت زیر رسم می‌کنیم و مقادیر جریان‌های مقاومت‌ها را به ازای هر  $v$  با هم جمع می‌کنیم تا مشخصه اتصال موازی بدست آید:



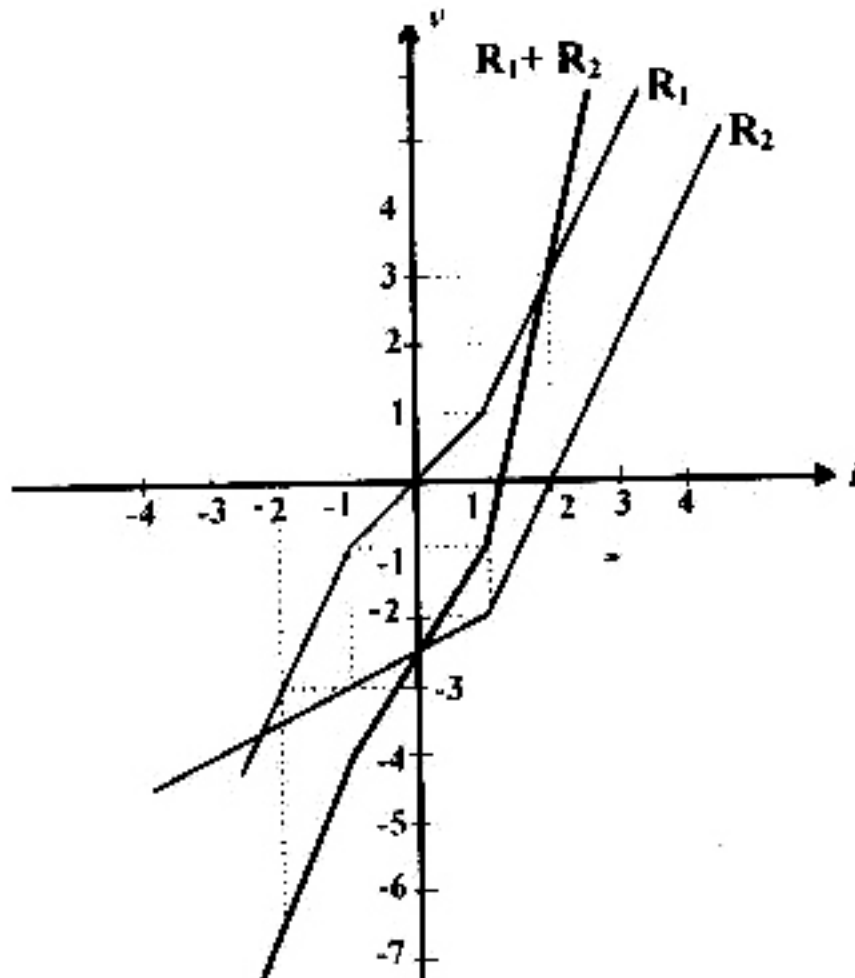
۳- مقاومت‌های غیر خطی  $R_1$  و  $R_2$  با مشخصه‌های خود در صفحه  $i-v$  داده شده‌اند.

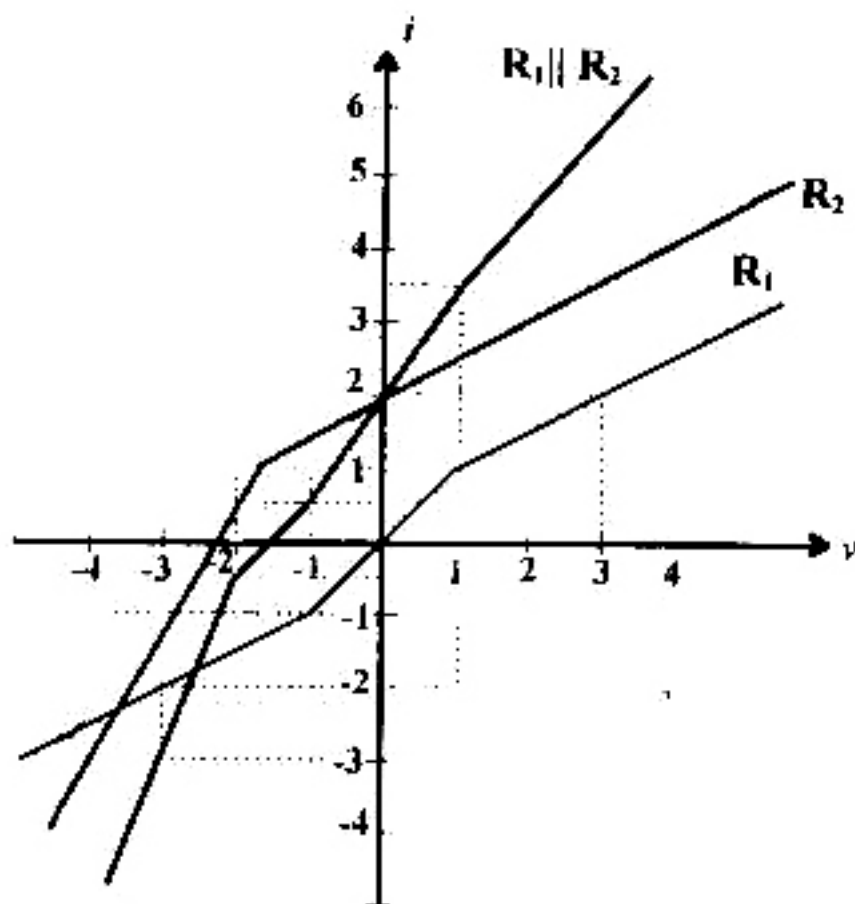
الف - مشخصه اتصال سری آنها را رسم کنید. ب - مشخصه اتصال موازی آنها را رسم کنید.

پ - اگر سرهای مقاومت  $R_1$  یا سرهای مقاومت  $R_2$  را بر عکس ببندیم، چه تغییری در قسمت‌های (الف) یا (ب) حاصل می‌شود؟



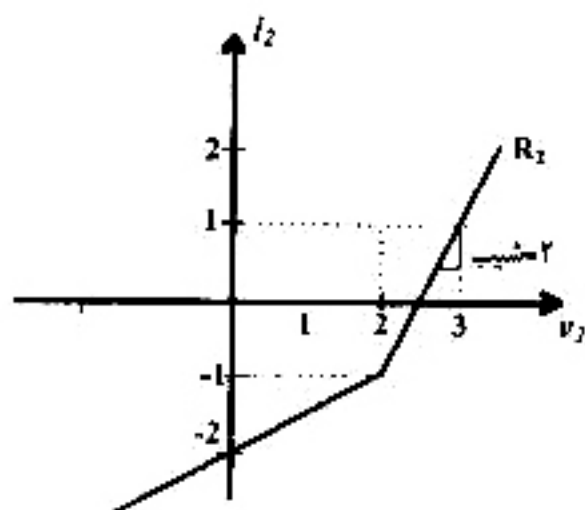
حل:  
(الف)

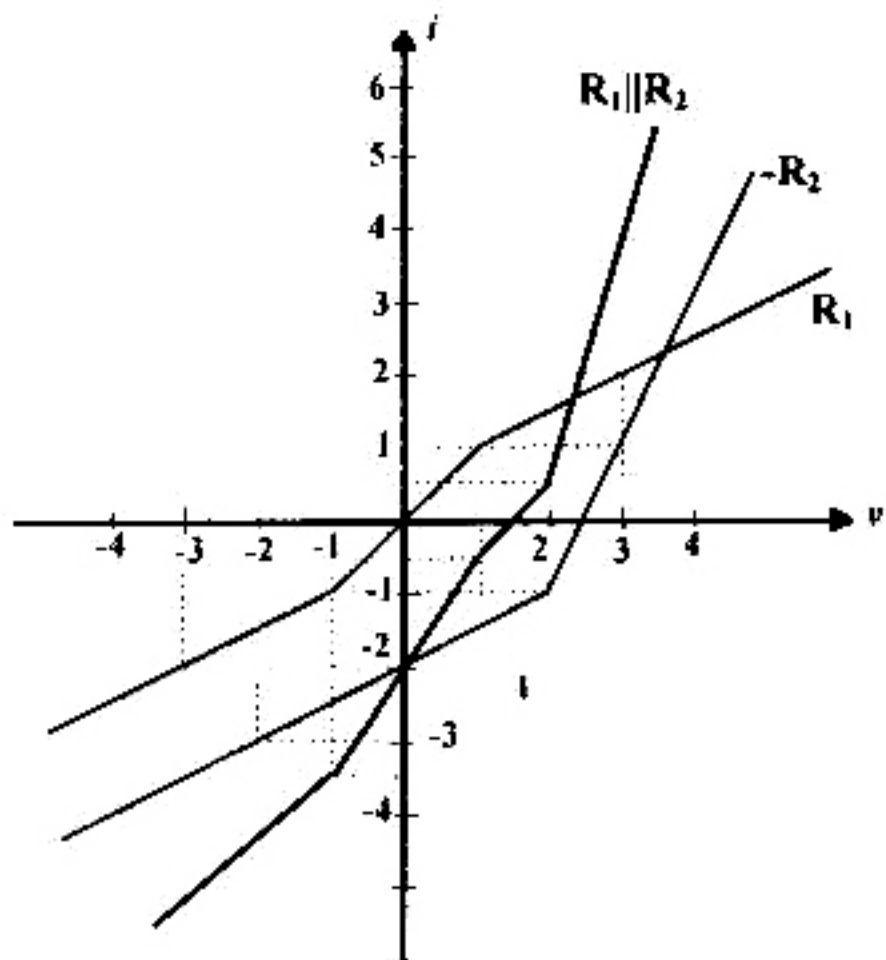
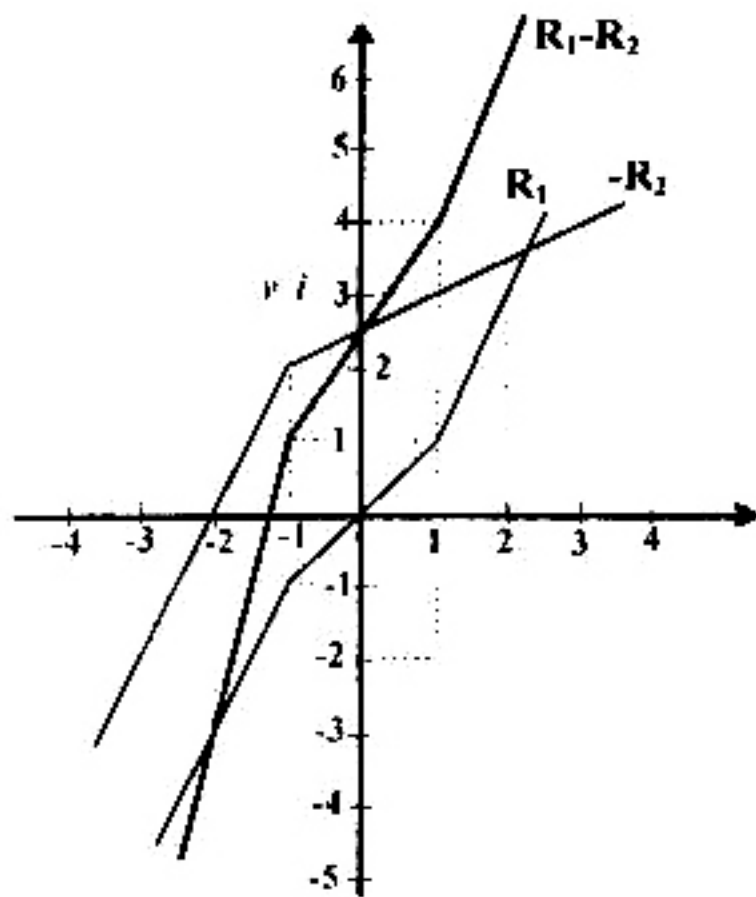




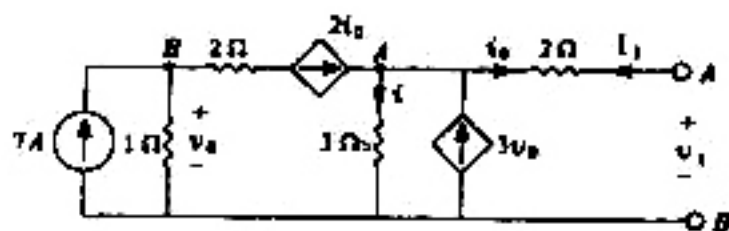
پ) چون مشخصه مقاومت  $R_1$  نسبت به مبدا متنقارن است، لذا  $R_1$  دو طرفه است و برعکس بستن آن تاثیری بر مشخصه های اتصال موازی و سری نخواهد گذاشت، ولی  $R_2$  چون دو طرفه نیست، به همین علت برعکس بستن آن سبب خواهد شد که مشخصه های اتصال سری یا موازی به شکل زیر تغییر کنند: اگر  $R_2$  را در اتصال سری یا موازی برعکس ببندیم، کافیت که مشخصه آن را نسبت به مبدا قرینه کنیم

و سپس مشخصه اتصال سری یا موازی را بدست می آوریم:  $\begin{bmatrix} i \rightarrow -i \\ v \rightarrow -v \end{bmatrix}$





۴- مدار معادل تونین دیده شده در سرهای  $A$  و  $B$  مدار شکل (مسئله ۳-۴) را به دست آورید.



شکل (مسئله ۳-۴)

حل :

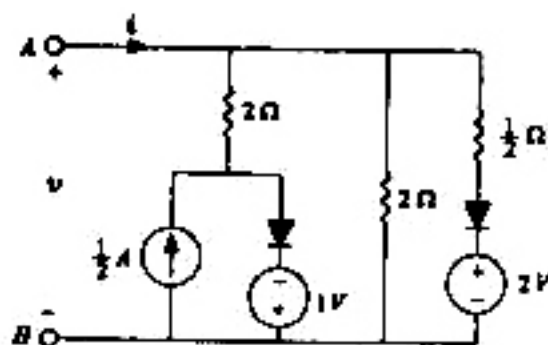
$$\begin{cases} KCL (A) : 2i_0 + 3v_0 - i - i_0 = 0 \rightarrow i = i_0 + 3v_0 \\ KCL (B) : 7 = \frac{v_0}{1\Omega} + 2i_0 \rightarrow v_0 = 7 - 2i_0 \end{cases} \rightarrow i = i_0 + 3(7 - 2i_0) = 21 - 5i_0 \quad (I)$$

$$KVL : -V_T + 2I + 3i = 0 \rightarrow V_T = 2I_T + 3i \quad (II)$$

با جایگذاری رابطه (I) در (II) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} V_T = 2I_T + 3(21 - 5i_0) = 2I_T + 63 - 15i_0 \rightarrow V_T = 17I_T + 63 \\ i_0 = -I_T \end{cases} \rightarrow \begin{cases} R_{Th} = 17\Omega \\ V_{Th} = 63V \end{cases}$$

۵- مشخصه یک قطبی شکل (مسئله ۳-۵) را در صفحه  $v-i$  رسم کنید (دیویدا ایده آل هستند).

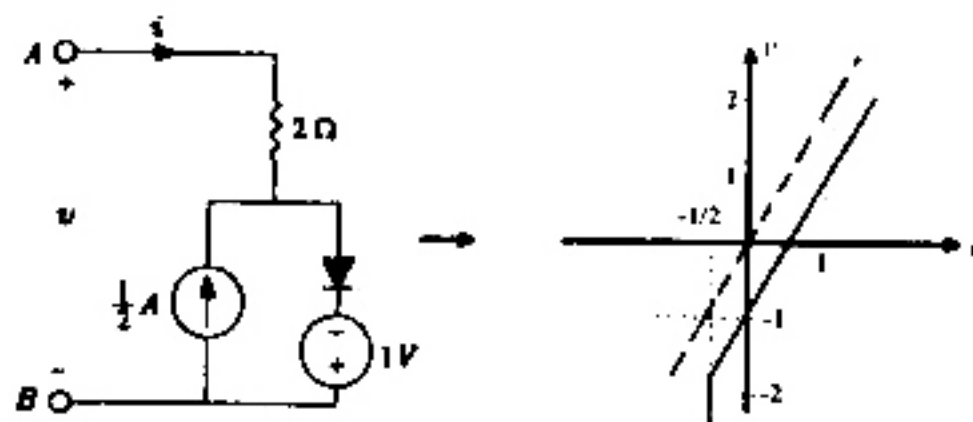
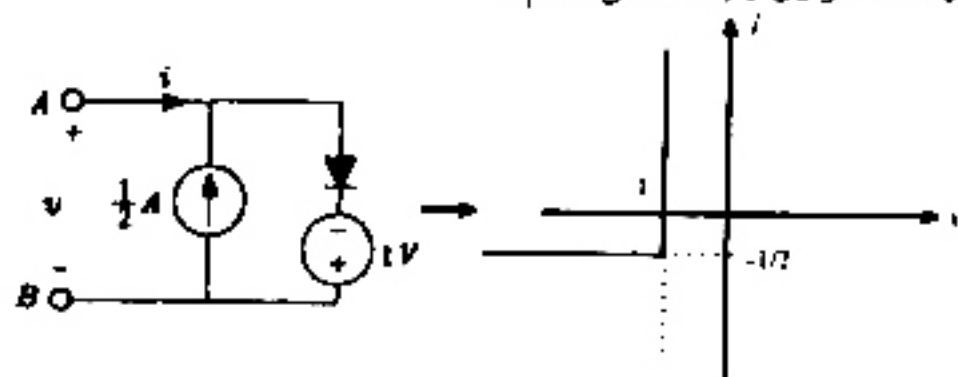


شکل (مسئله ۳-۵)

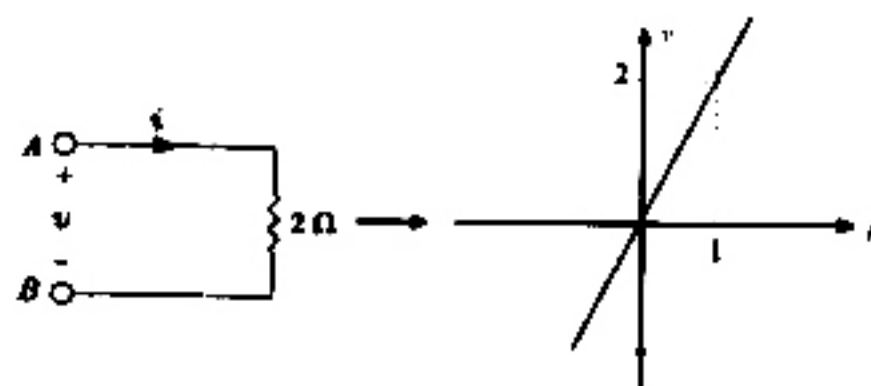
حل :

این یک قطبی از سه شاخه موازی تشکیل یافته است. لذا ابتدا مشخصه تک تک شاخه‌ها را بدست می‌آوریم و سپس آنها را موازی می‌کنیم (به ازای هر ولتاژ، جریاناتشان را جمع می‌کنیم).  
شاخه ۱: این شاخه خود از دو شاخه موازی که با مقاومت ۲ اهمی سری شده‌اند، تشکیل یافته است. لذا

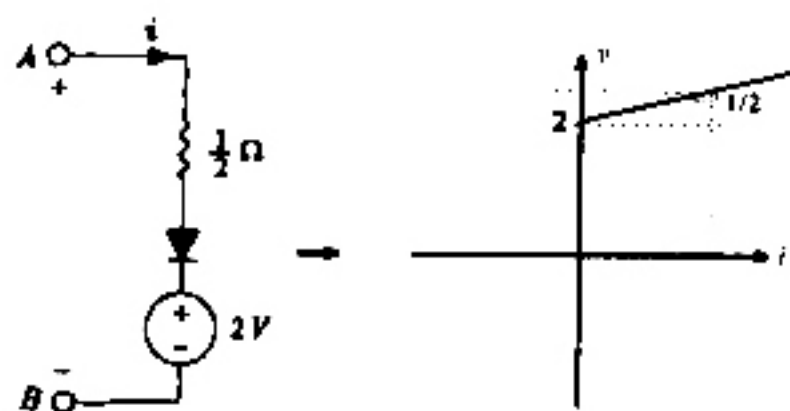
ابتدا مشخصه دو شاخه موازی را بدست می آوریم:



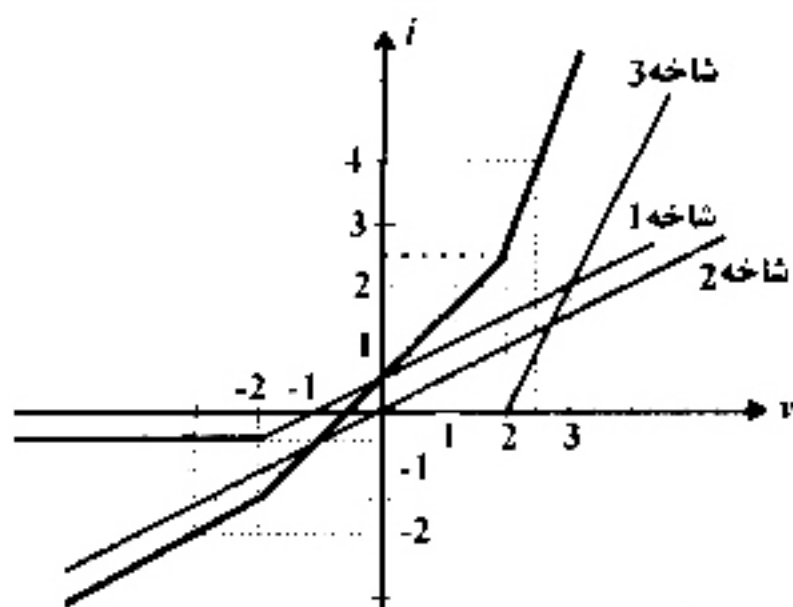
شاخه 2:



شاخه 3:



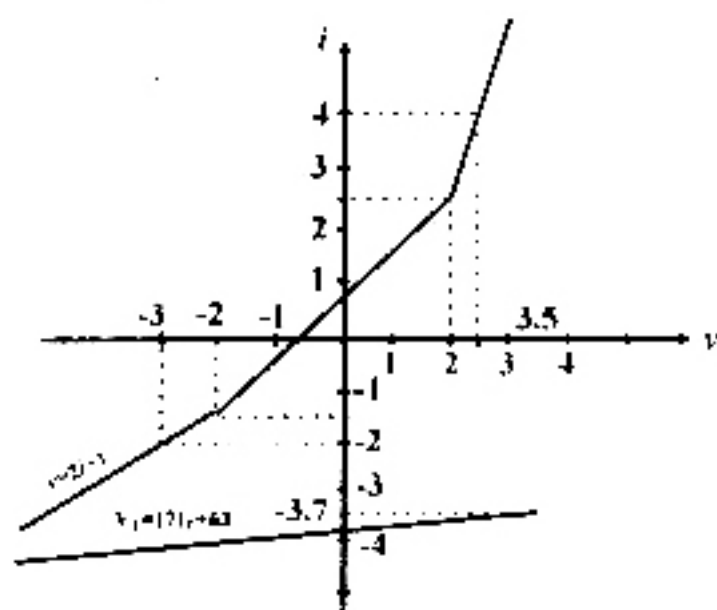
منحنی های بدست آمده برای هر سه شاخه را در یک محور مختصات  $i$  بر حسب  $v$  رسم کرده و با هم جمع می‌کنیم



۶- دو مدار مسأله ۴ و ۵ را در سرهای  $A$  و  $B$  نظیر به نظیر به هم وصل می‌کنیم. ولتاژ دوسر اتصال را تعیین کنید.

حلی:

برای یافتن ولتاژ دوسر اتصال  $AB$  مشخصه  $i-v$  مدار شکل مسأله ۳-۴ را که با توجه به معادل نونین یافته‌ایم. یک خط راست خواهد بود که آنرا با مشخصه  $i-v$  مدار شکل مسأله ۳-۵ قطع می‌دهیم:



$$\begin{cases} v = 2i + 1 \\ v = 17i + 63 \end{cases} \rightarrow v = -\frac{109}{15} = -7.27V$$

۷- در مدار غیرخطی شکل (مسئله ۷-۳) مشخصه انتقال خروجی  $v_{out}$  را بر حسب ورودی  $i_s(t)$  تعیین کنید.



$$\begin{cases} \mathcal{R}_1: & i_1 = 2v_1^2 \\ \mathcal{R}_2: & i_2 = v_2^2 \end{cases}$$

شکل (مسئله ۷-۳)

حل:

از قانون  $KCL$  داریم:

$$\begin{cases} i_s = i_1 + i_2 \\ i_2 = \frac{v_{out}}{2} \end{cases} \Rightarrow i_s = 2v_1^2 + \frac{v_{out}}{2} \quad (I)$$

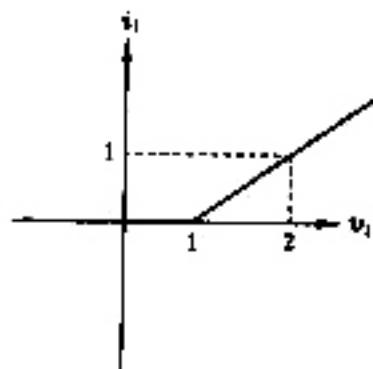
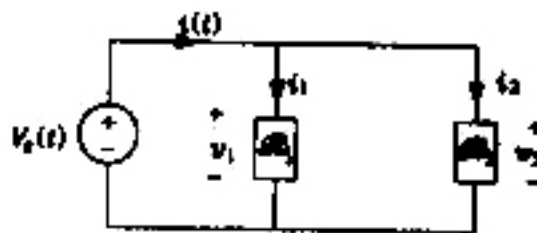
از قانون  $KVL$  داریم:

$$\begin{cases} v_1 = v_2 + v_{out} \\ i_2 = v_2^2 \rightarrow v_2 = \sqrt{i_2} = \sqrt{\frac{v_{out}}{2}} \end{cases} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{v_{out}}{2}} + v_{out} \quad (II)$$

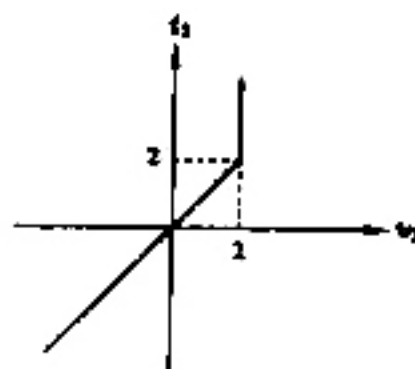
با جایگذاری رابطه (II) در (I):

$$i_s = \left[ \sqrt{\frac{v_{out}}{2}} + v_{out} \right]^2 + \frac{v_{out}}{2}$$

۸- در مدار شکل (مسئله ۸-۳) دو مقاومت غیرخطی هستند که مشخصه‌های آنها داده شده است.



مشخصه مقاومت  $R_1$

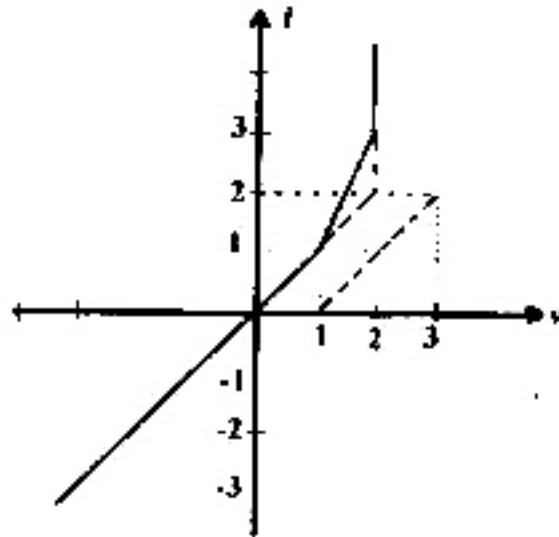


مشخصه مقاومت  $R_2$

شکل (مسئله ۸-۳)

- الف - مشخصه اتصال موازی این دو مقاومت غیرخطی را تعیین کنید.  
 ب - به ازای  $v(t) = 1.5$  و  $v_s(t) = \cos t$  جریان  $i(t)$  را حساب کنید.  
 پ - آیا می توان به جای  $v_s(t)$  منبمی به صورت  $v_s(t) = 2 \cos t$  قرار داد؟ چرا؟  
 ت - دو مدار طرح کنید که مشخصه های آنها مانند مشخصه های  $\mathcal{R}_2$  و  $\mathcal{R}_1$  باشند.

حل:  
 الف)



ب) از روی مشخصه اتصال موازی این دو مقاومت خواهیم داشت:

$$v_s(t) = 1.5V \Rightarrow i = 2A$$

$$i = v \quad v \leq 1$$

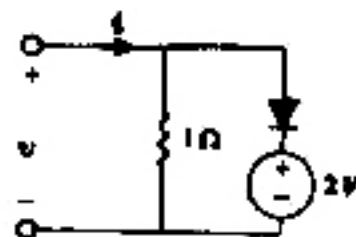
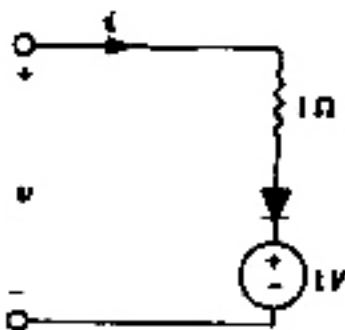
باتوجه به اینکه:

$$i(t) = v_s(t) = \cos t$$

و  $1 \leq \cos t \leq 1$  بنابراین:

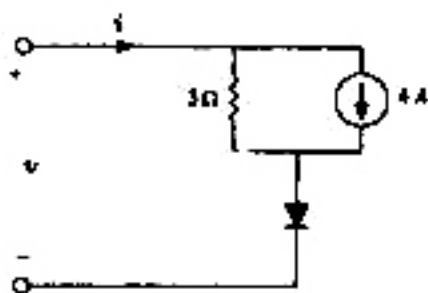
پ - خیر، زیرا وقتی  $v_s(t) \geq 2V$  می شود، مدار جریان بینهایت از منبع ولتاژ می کشد و باعث می شود که منبع ولتاژ بسوزد.

ت - مشخصه  $\mathcal{R}_2$ :

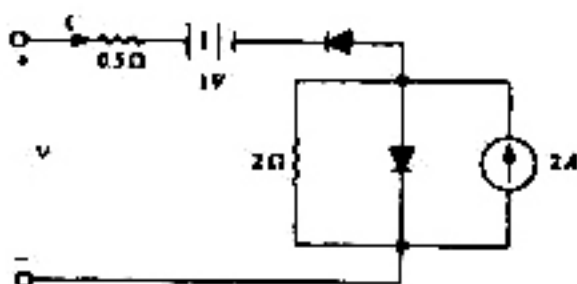


۹-الف - مشخصه‌های ۱۷ مدارهای شکل (مسئله ۳-۹) را رسم کنید.

ب - دوگان مدارهای نشان داده شده در شکل‌های (مسئله ۳-۹ الف و ب) را تعیین کنید.



(ب)

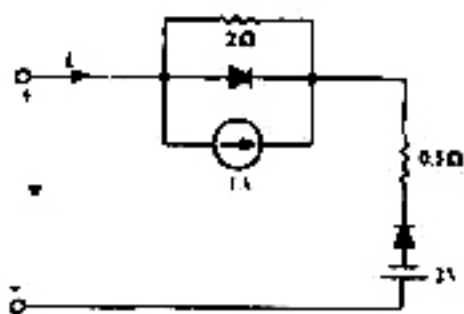
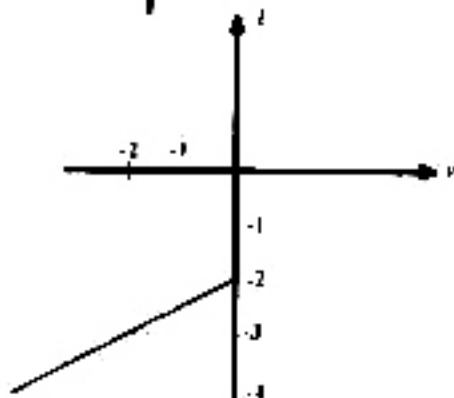
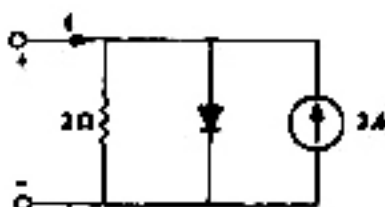
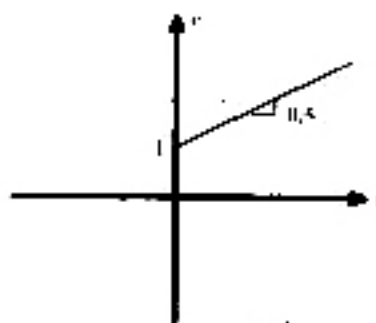
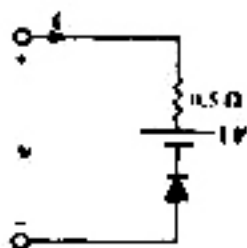


(الف)

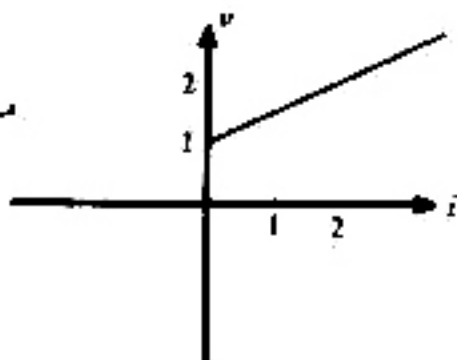
شکل (مسئله ۳-۹)

حلی :

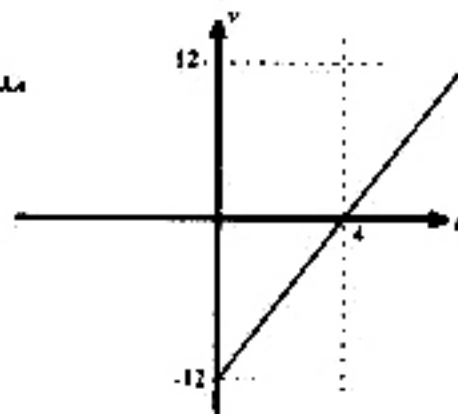
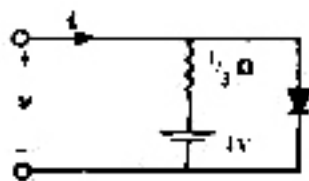
(الف) این مدار را می‌توان متشکل از دو مدار زیر در نظر گرفت که بطور سری بهم متصل شده‌اند:



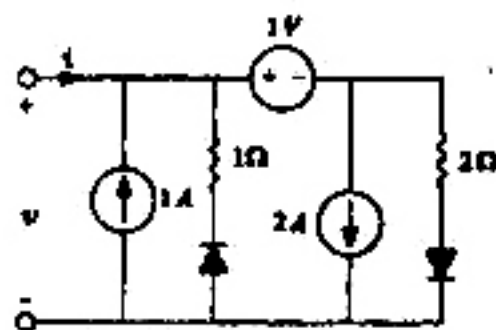
مدار دوگان



مدار دوگان :

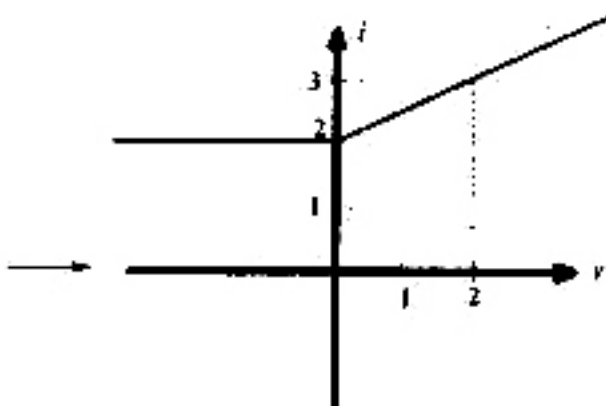
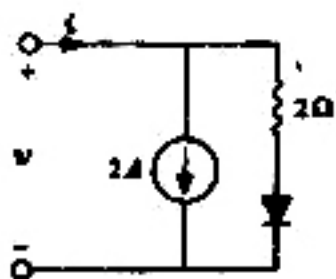


۱۰- مشخصه‌های لام مدار شکل (مسألة ۳-۱۰) را رسم کنید.

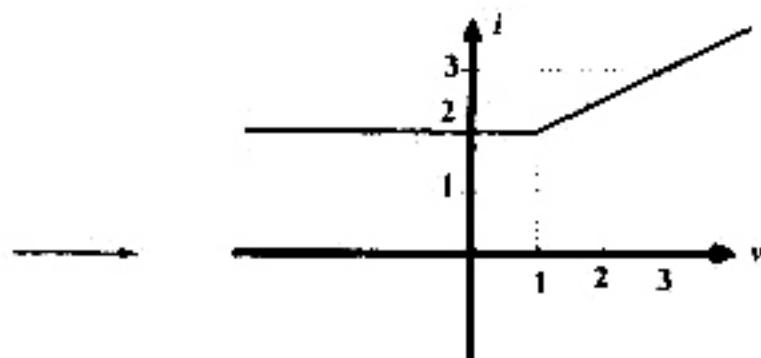
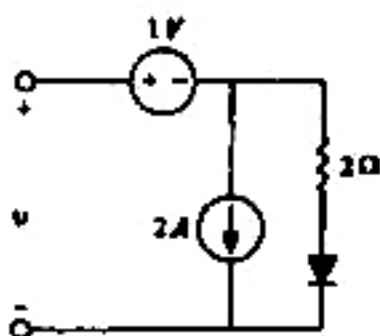


شکل (مسألة ۳-۱۰)

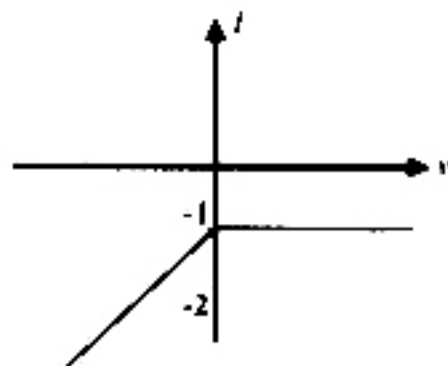
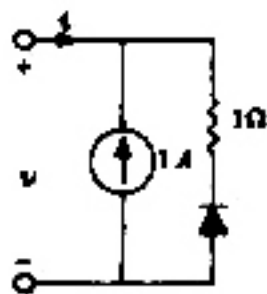
حل :



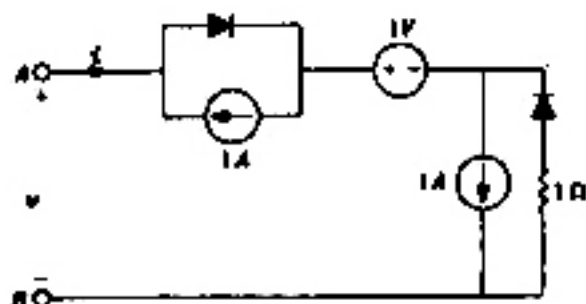
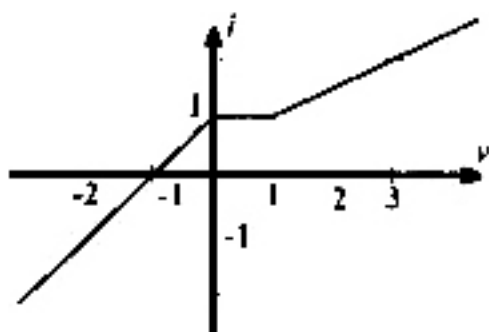
اتصال سری مشخصه فوق را با منبع ولتاژ یک ولتی بدست می‌آوریم :



اتصال موازی مشخصه فوق را با مشخصه دو شاخه موازی زیر بدست می آوریم :



مشخصه کلی بصورت زیر می باشد:

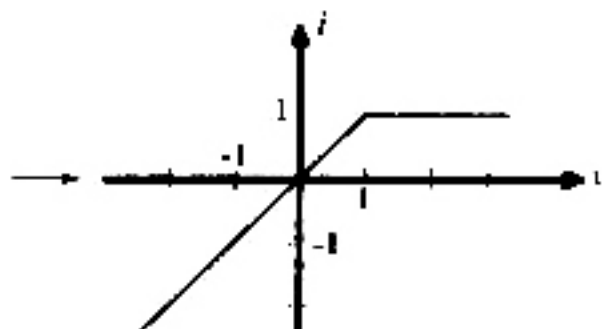
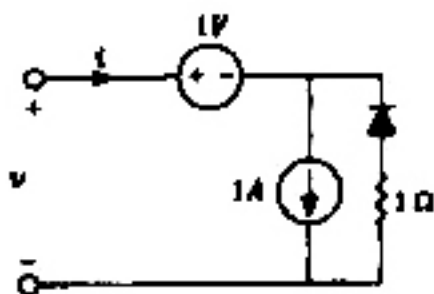


شکل (مسئله ۱۱-۳)

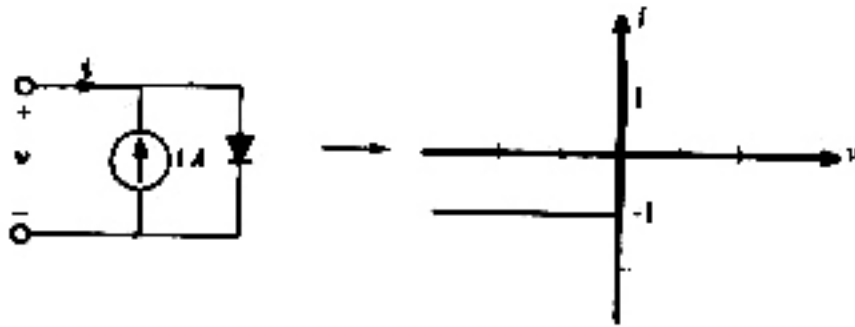
۱۱- مشخصه  $v-i$  دو سر مدار شکل (مسئله ۱۱-۳) را رسم کنید و برای  $v(t) = 2\cos\frac{\pi t}{2}$  شکل موج  $i(t)$  را برای یک پریود رسم کنید.

حل :

مشخصه  $v-i$  مدار زیر، به شکل زیر می باشد:



از اتصال سری مشخصه فوق با مشخصه مدار زیر، مشخصه کلی مدار بدست می‌آید:

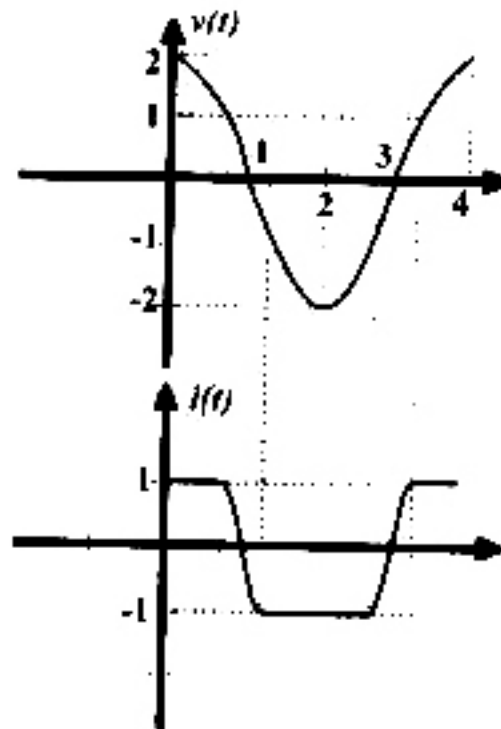
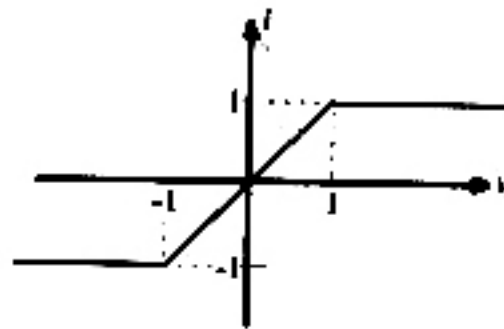


مشخصه کلی مدار:

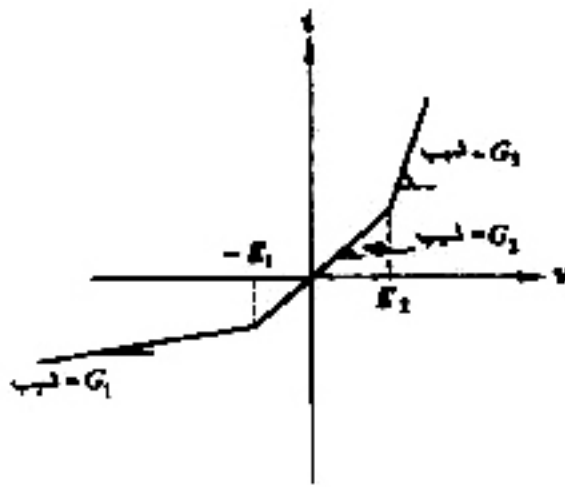
$$i(t) = \begin{cases} 1 & v > 1 \\ v & -1 < v < 1 \\ -1 & v < -1 \end{cases}$$

$$v(t) = 2 \cos \frac{\pi t}{2} \Rightarrow$$

$$\omega = \frac{\pi}{2} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 4$$



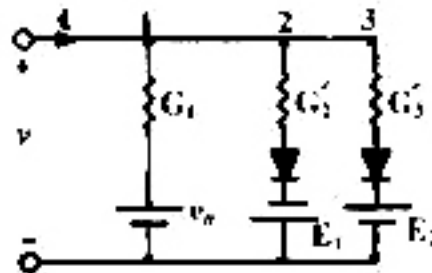
۱۲- مداری طراحی کنید که مشخصه  $i-v$  آن به صورت نشان داده شده در شکل (مسئله ۳-۱۲) باشد.



شکل (مسئله ۳-۱۲)

حل:

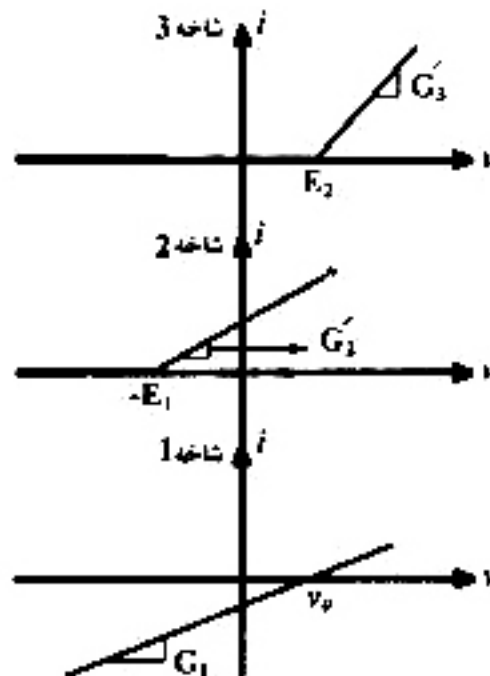
شعای کلی مدار بصورت زیر خواهد بود:  
همانطوریکه دیده می شود این مدار از سه شاخه موازی تشکیل یافته است که مشخصه های هر یک از این شاخه ها بصورت زیر است:



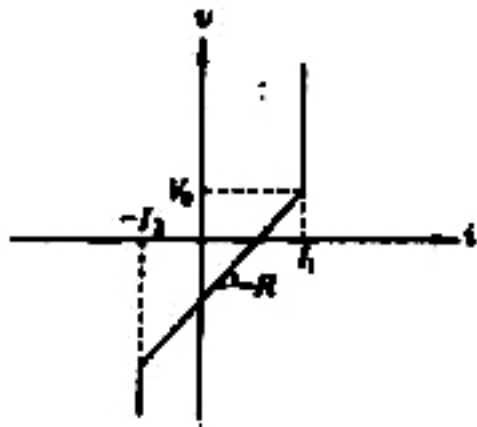
از جمع سه مشخصه مقابل، مشخصه داده شده در مسئله بدست می آید، بطوریکه:

$$G_2 = G_1 + G_2'$$

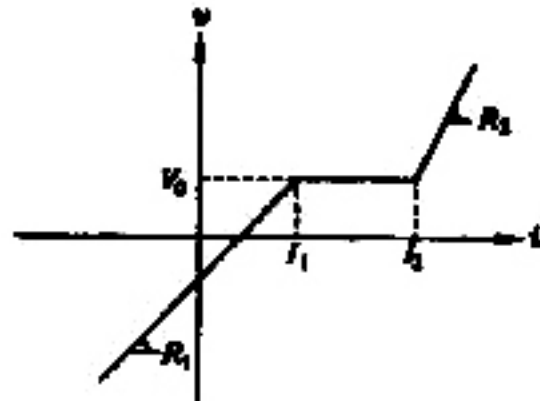
$$G_3 = G_1 + G_2' + G_3'$$



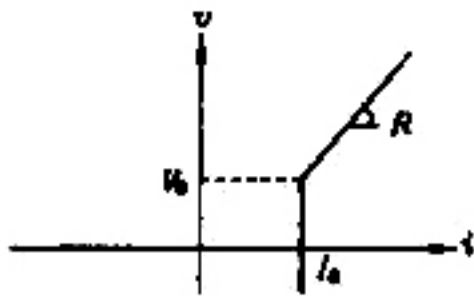
۱۳- مدارهایی طراحی کنید که مشخصه‌های  $v$  آنها به صورت نشان داده شده در شکل (مسئله ۳-۱۳) باشد.



(ب)



(الف)



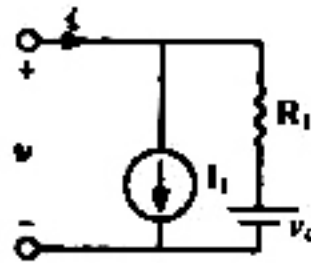
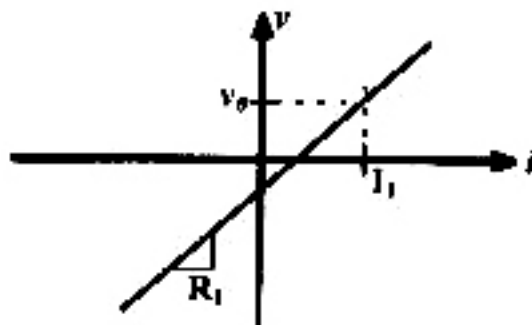
(ت)



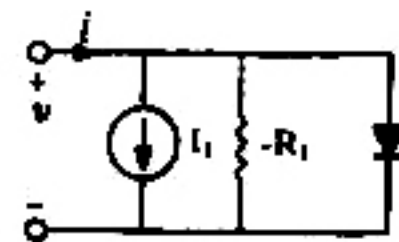
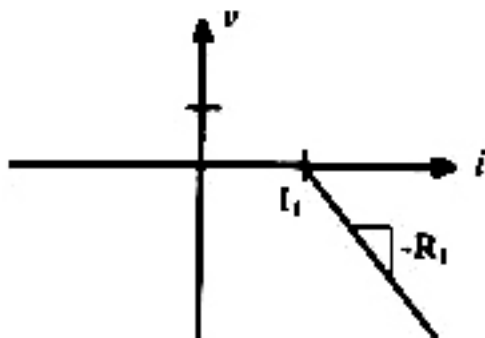
(پ)

شکل (مسئله ۳-۱۳)

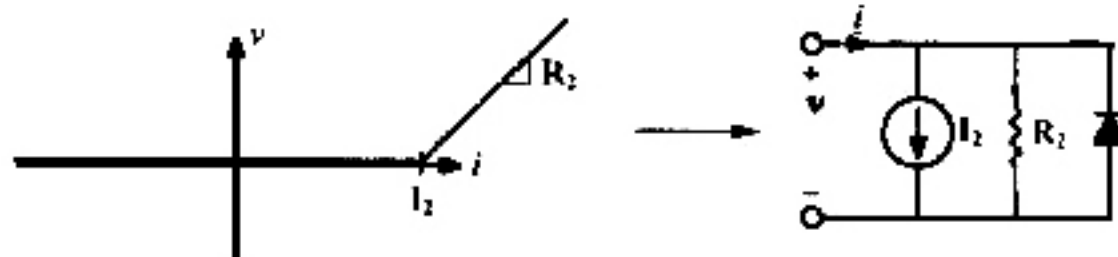
حل:  
(الف)



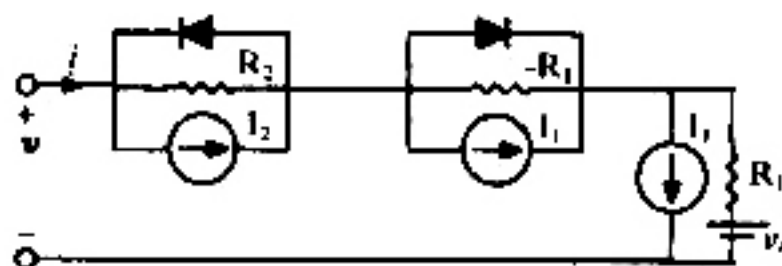
بعلاوه (اتصال سری):



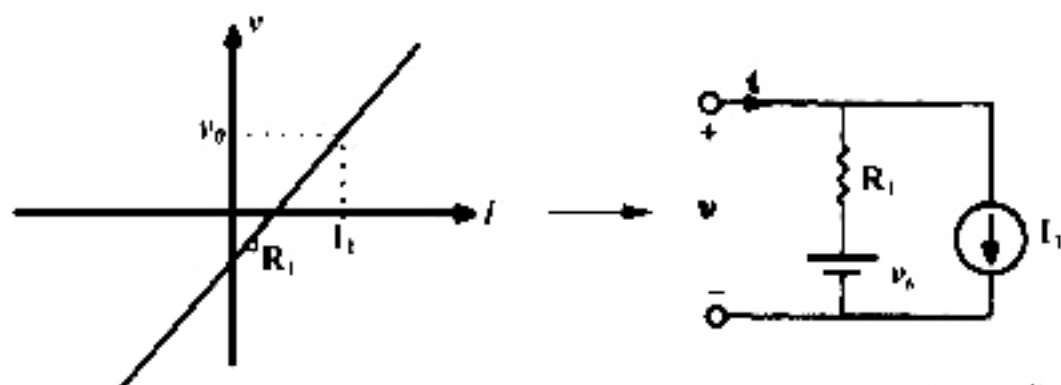
بعلاوة (اتصال سری):



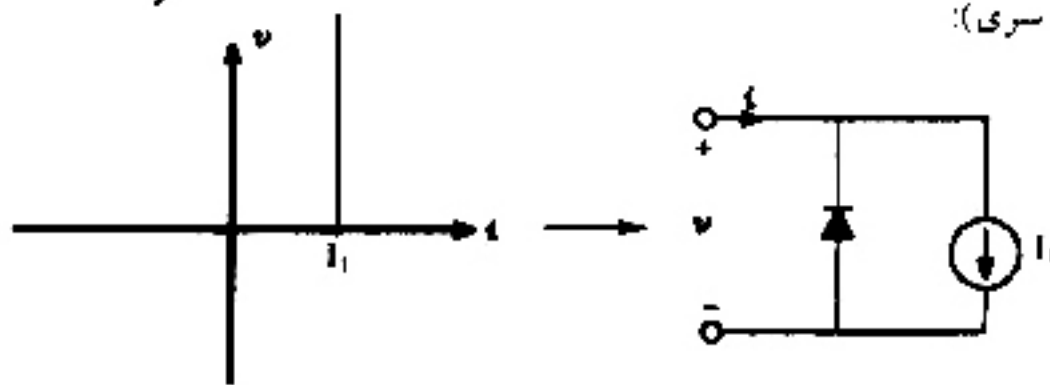
مدار نهایی:



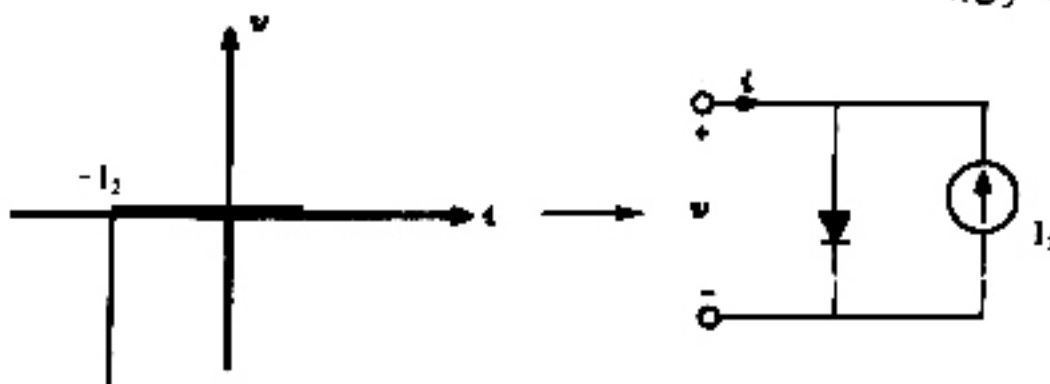
(ب)



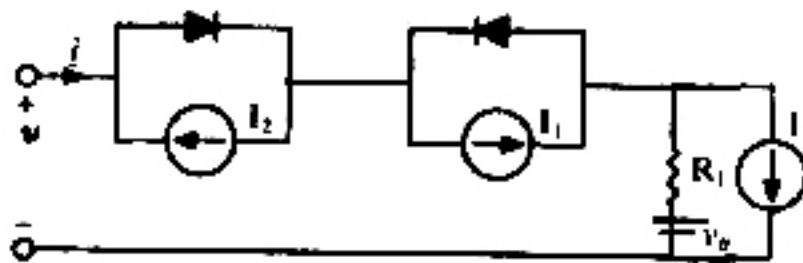
بعلاوة (اتصال سری):



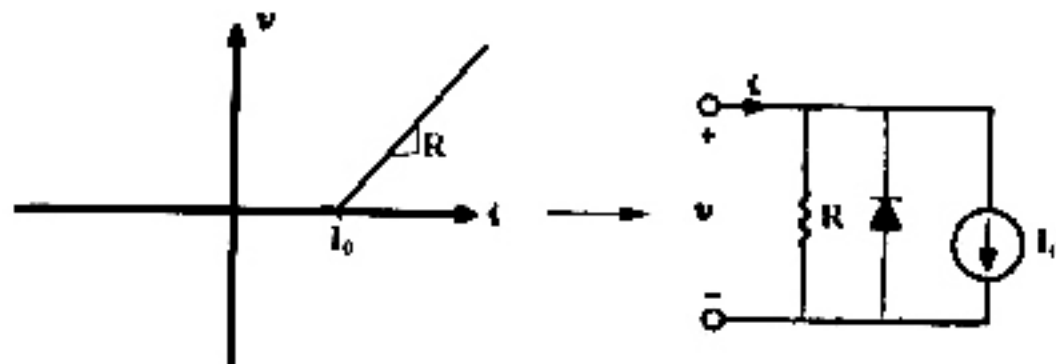
بعلاوة (اتصال سری):



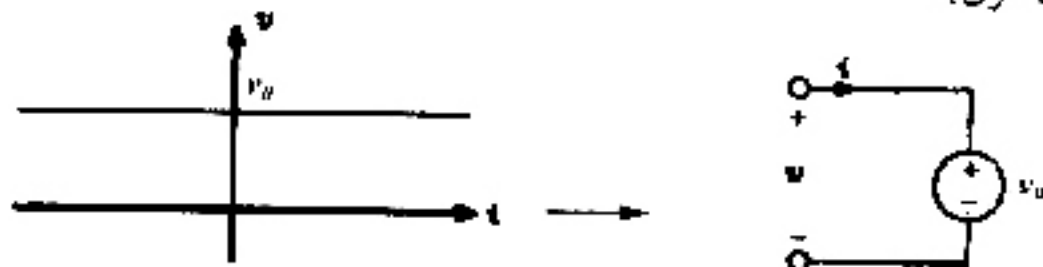
مدار نهایی:



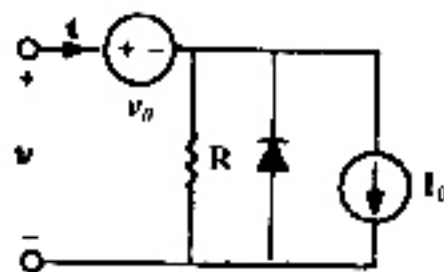
(پ)



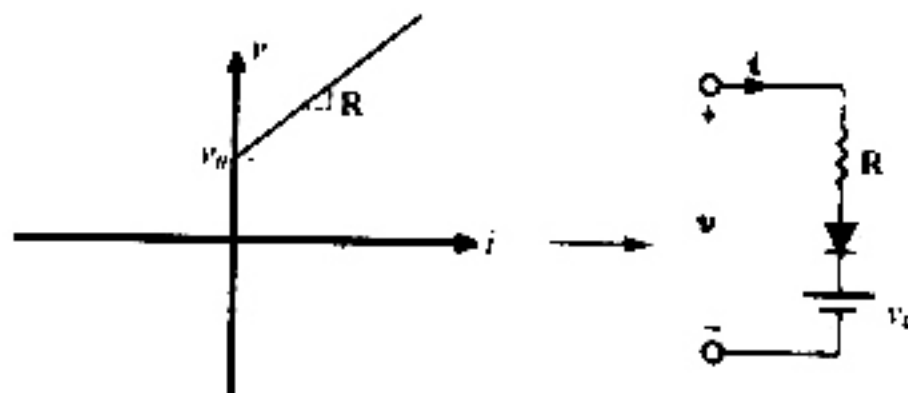
بعلاوه (اتصال سری):



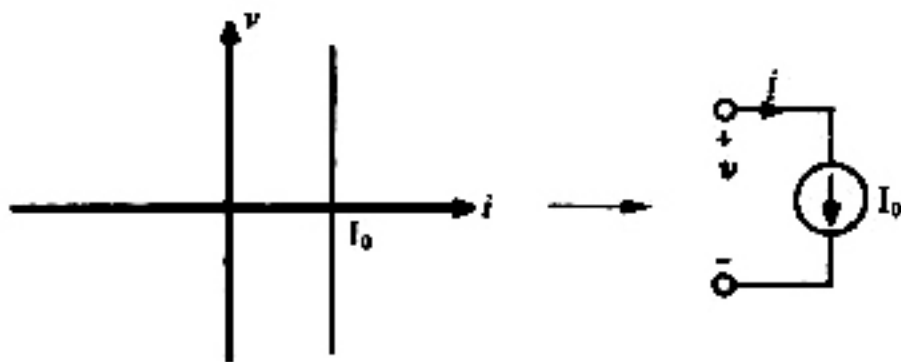
مدار نهایی:



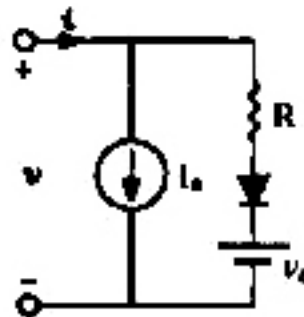
(ت)



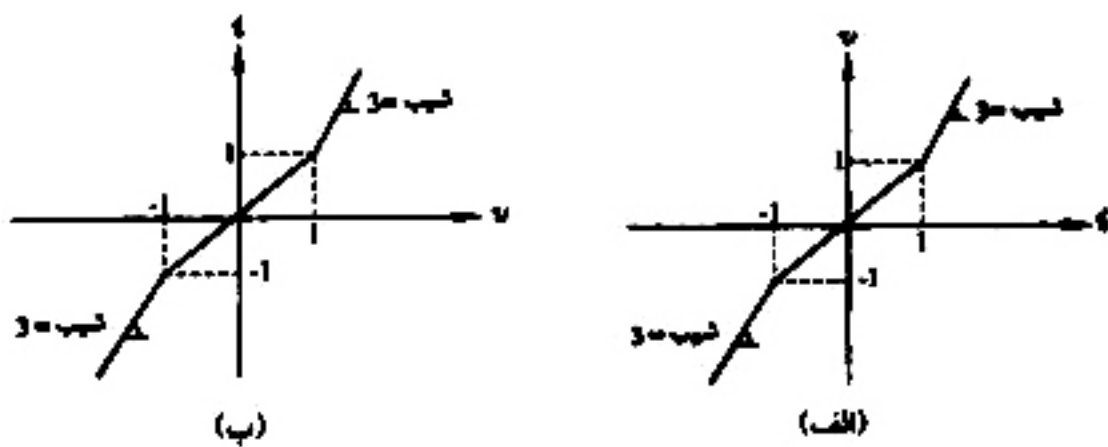
بعلاوه (اتصال سری):



مدار نهایی:

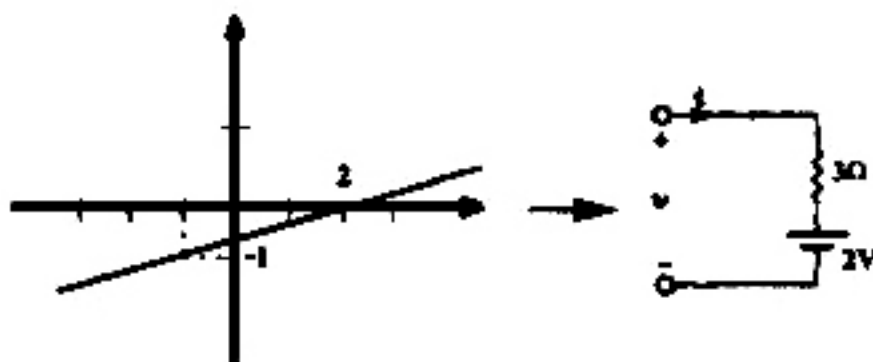


۱۴- مدارهایی طراحی کنید که مشخصه‌های داده شده در شکل (مسئله ۳-۱۴) را داشته باشند.

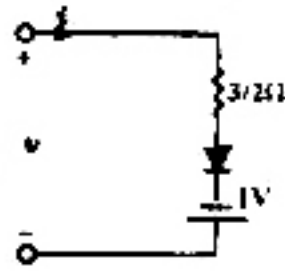
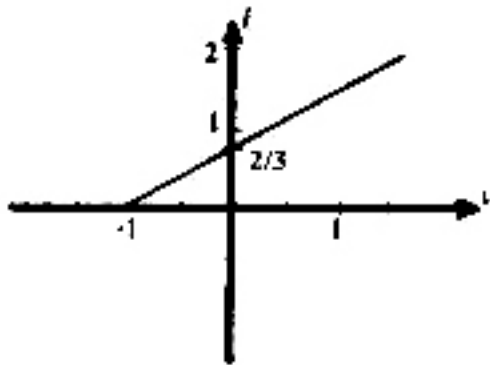


شکل (مسئله ۳-۱۴)

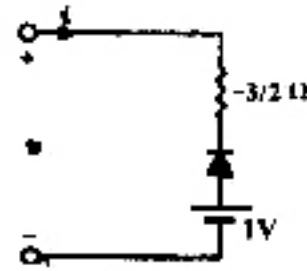
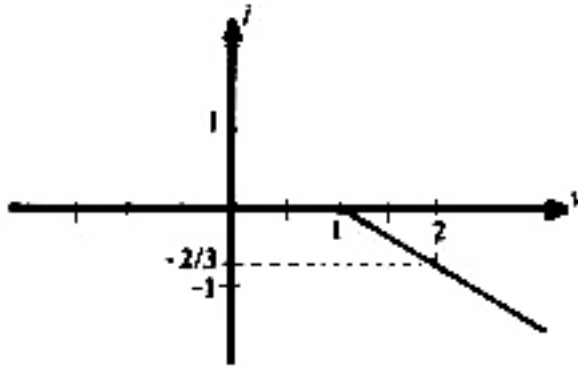
حل:  
(الف)



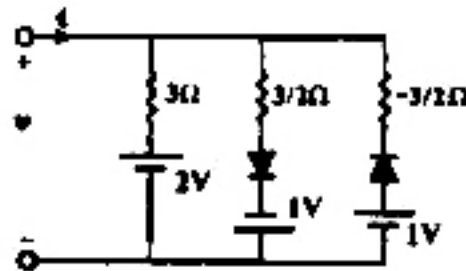
بعلاوة (اتصال موازی):



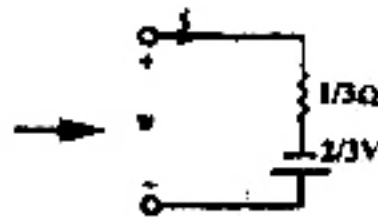
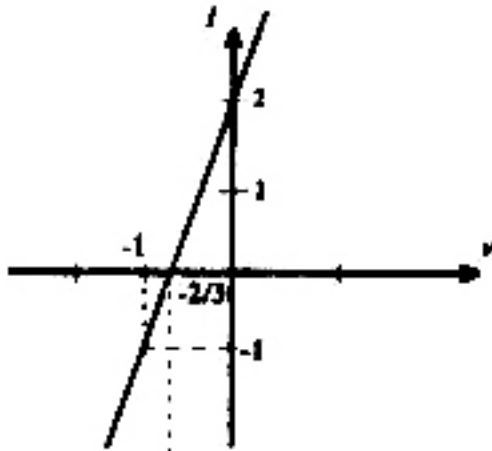
بعلاوة (اتصال موازی):



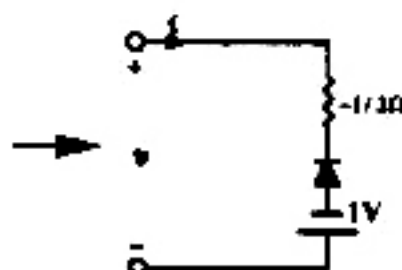
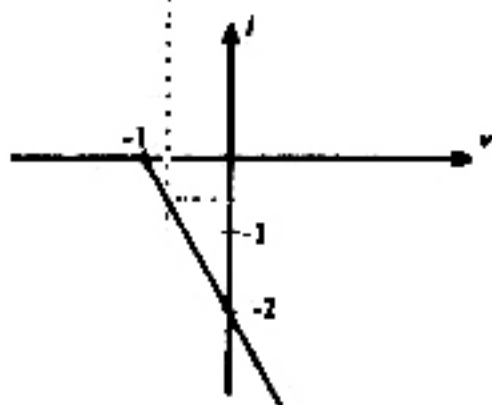
مدار نهایی:



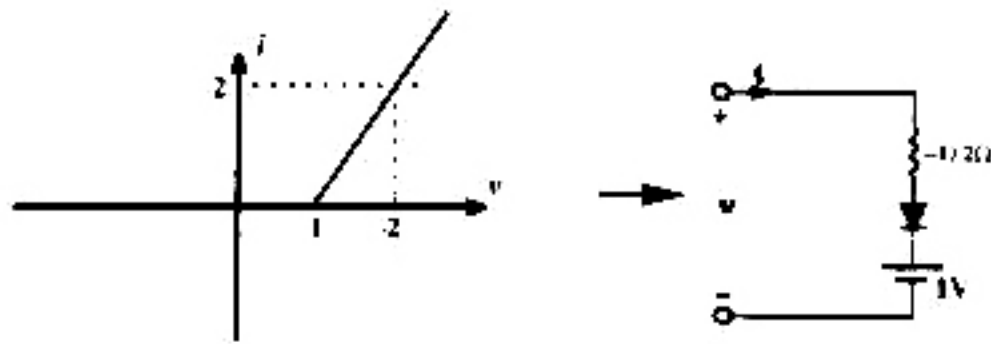
(ب)



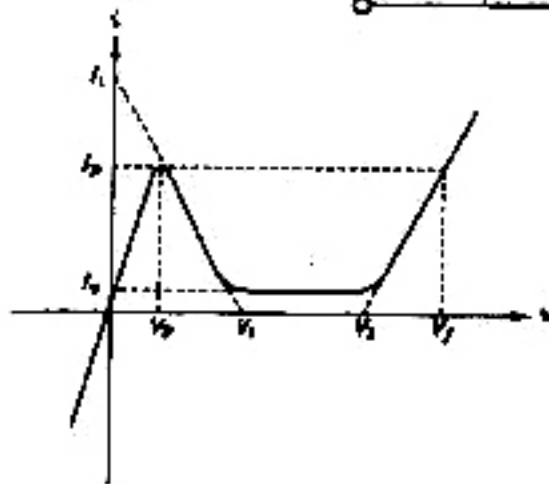
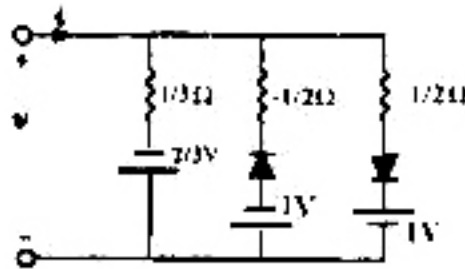
بعلاوة (اتصال موازی):



بعلاوة (اتصال موازی):



مدار نهایی:

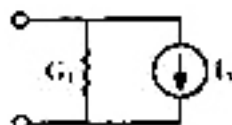


شکل (مسألة ۳-۱۵)

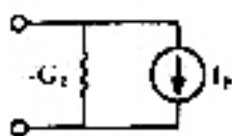
۱۵ - مشخصه یک مقاومت غیرخطی در شکل (مسألة ۳-۱۵) نشان داده شده است (دیود تونلی). این مشخصه را به چهار قسمت خطی نگاه ای تقسیم کنید و برای هر ناحیه از تغییرات ولتاژ، مدار معادلی بر حسب یک مقاومت خطی و یک منبع جریان موازی با آن تعیین کنید.

حل:

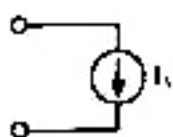
$$v < v_p$$



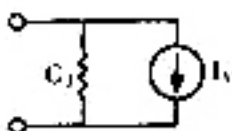
$$v_p < v < v_1$$



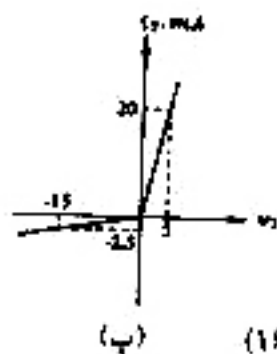
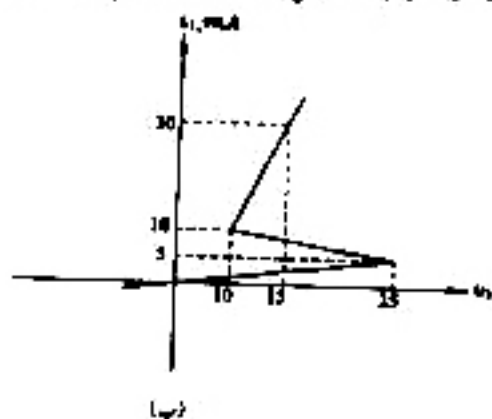
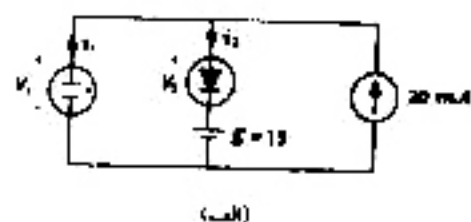
$$v_1 < v < v_2$$



$$v > v_2$$



۱۶- مدار نشان داده شده در شکل (مسأله ۳-۱۶ الف) را در نظر بگیرید که در آن لامپ گازدار و دیود پیوندی  $VD$  با مشخصه‌های تکه‌ای به ترتیب در شکل‌های (ب) و (پ) مدل سازی شده‌اند. با استفاده از روش خط بار، ولتاژ  $V_1$  و جریان  $i_1$  را در هر یک از نقاط کار مدار، تعیین کنید.

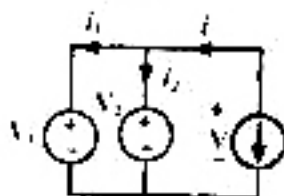


شکل (مسأله ۳-۱۶)

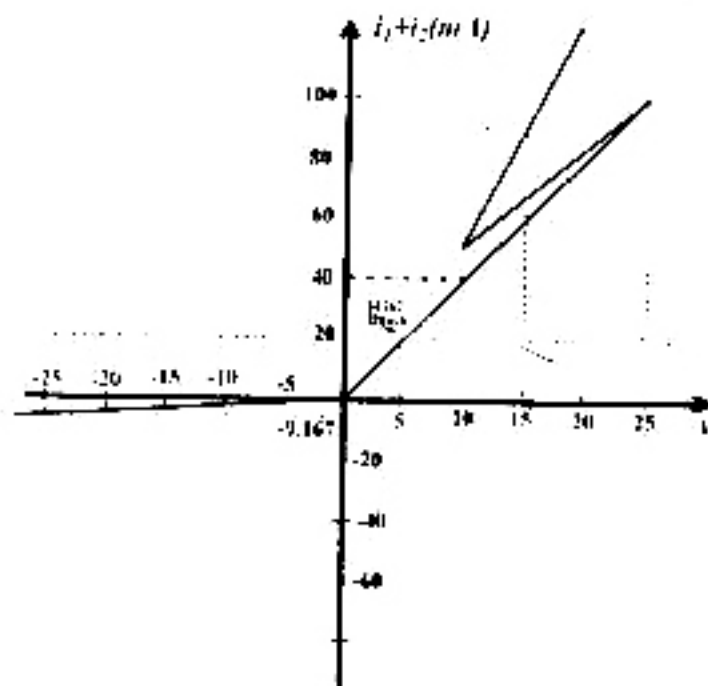
حل:

$$i_2 = \begin{cases} 4V_2 & V_2 > 0 \\ \frac{1}{6}V_2 & V_2 < 0 \end{cases}$$

$$i_1 = \frac{1}{5}V_1 \quad 0 < V_1 < 25$$



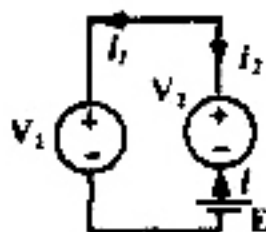
با استفاده از خاصیت جمع آثار ابتدا منبع ولتاژ  $V_1$  را اتصال کوتاه می‌کنیم و نقطه کار لامپ گازدار و دیود پیوندی ناشی از منبع جریان را بدست می‌آوریم. بارسم منحنی  $i_1 + i_2$  و قطع دادن آن با خط  $Z(10)$ ، ولتاژ نقطه کار بدست می‌آید.



$$V = 4.762$$

$$V_1 = V = 4.762V \Rightarrow \begin{cases} i_1 = 0.95mA \\ i_2 = 19.05mA \end{cases}$$

با قطع دادن خط  $V = 4.762$  با منحنی های (ب) و (پ) مقادیر جریان  $i_1$  و  $i_2$  بدست می آیند.

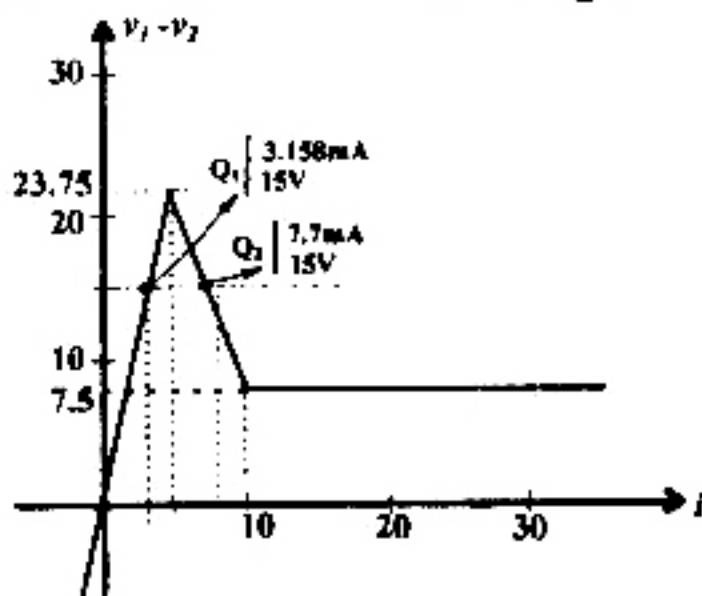


حال، منبع جریان را مدار باز می کنیم و اثر منبع ولتاژ را در

نقاط کار لامپ گازدار و دیسود پیوندی

می یابیم:  $KVL: v_1 - v_2 = E = 15V$

با رسم کردن منحنی  $v_1 - v_2$  و قطع دادن آن با خط  $15V$  مقدار جریان نقطه کار بدست می آید:



با قطع دادن خط  $i = 3.158mA$  با هر یک از منحنی های (ب) و (پ) مقادیر ولتاژ نقاط کار بدست می آید:

$$v_1 = 15.8V$$

$$v_2 = 0.8V$$

بار دیگر برای خط  $i = 7.7mA$  خواهیم داشت:

$$v_1 = 16.9V \quad v_2 = 1.925V$$

نتایج حاصله از دو منبع را با هم جمع می کنیم تا نقاط کار کلی لامپ گازدار و دیسود پیوندی بدست آید:

نقاط کار لامپ گازدار	$I_1 = 3.158mA + 0.95mA = 4.108mA$
	$V_1 = 4.762 + 15.8 = 20.562V$
	$I_2 = 7.7mA + 0.95mA = 8.65mA$
	$V_2 = 4.762 + 16.9 = 21.662V$

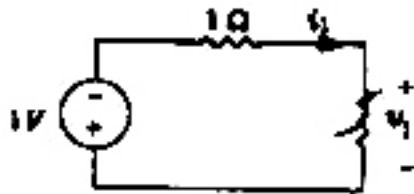
نقاط کار دیوید پیوندی

$$I_1 = 19.05^{mA} + 3.158^{mA} = 22.208^{mA}$$

$$V_1 = 4.762 + 0.8 = 5.562^V$$

$$I_2 = 7.7^{mA} + 19.05^{mA} = 26.75^{mA}$$

$$V_2 = 4.762 + 1.925 = 6.687^V$$



شکل (مسألة ۳-۱۷)

۱۷- مقاومت غیرخطی داده شده در مدار شکل

(مسألة ۳-۱۷) بارابطة خطی تکه‌ای زیر توصیف

می‌شود:

$$i_1 = -2 + 5v_1 - 2|v_1 + 1| + 2|v_1 - 2|$$

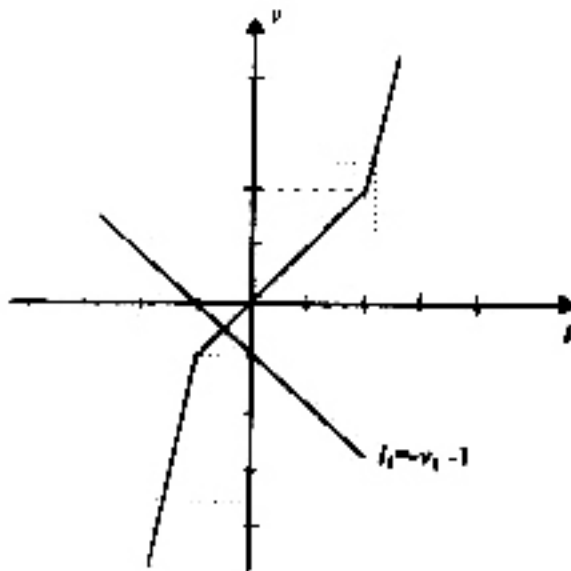
این مدار را تحلیل کرده و جریان  $i_1$  و ولتاژ  $v_1$  را تعیین کنید.

حل:

$$KVL: 1 + i_1 + v_1 = 0 \Rightarrow i_1 = -v_1 - 1$$

منحنی مشخصه مقاومت غیرخطی را رسم کرده و

باخط فوق قطع می‌دهیم:



$$i_1 = \begin{cases} 5v_1 + 4 & v_1 < -1 \\ v_1 & -1 < v_1 < 2 \\ 5v_1 - 8 & v_1 > 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1 = v_1 \\ i_1 = -v_1 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = -\frac{1}{2} \\ i_1 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

۱۸- در مدار شکل (مسألة ۳-۱۸) توانی که هر یک از

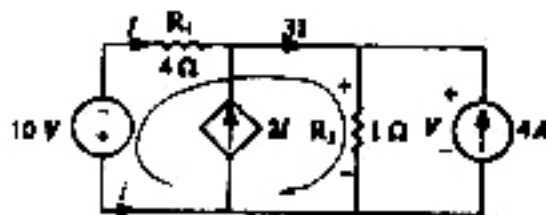
منابع تحویل می‌دهند چیست؟ اصل بقای انرژی

را تحقیق کنید.

حل:

$$KVL: 10 + 4I + 3I + 4 = 0 \Rightarrow I = -\frac{14}{7} A$$

$$P_V = VI = 10 \times \left(-\frac{14}{7}\right) = -\frac{140}{7} W$$



شکل (مسألة ۳-۱۸)

$$P_{R1} = R_1 I^2 = 4 \times \frac{196}{49} = \frac{784}{49}$$

$$P_{R2} = R_2 i^2 = 4$$

$$i = 3I + 4 = -2$$

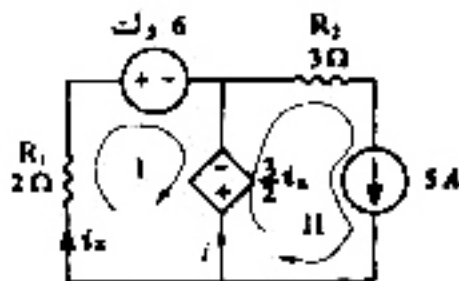
$$v = R_2 i = -2$$

$$P_J = v \times (-4) = -2 \times (-4) = 8$$

$$P_{2I} = v \times (-2I) = -2 \times \frac{28}{7} = -\frac{56}{7}$$

$$P_V + P_{R1} + P_{R2} + P_I + P_{2I} = -\frac{140}{7} + \frac{784}{49} \cdot 4 + 8 - \frac{56}{7} = 0$$

اصل بقای انرژی:



شکل (مسألة ۳-۱۹)

۱۹ - در مدار شکل (مسألة ۳-۱۹) تعیین کنید کدام عنصر توان تحویل می‌دهد و کدام عنصر توان تحویل می‌گیرد و اصل بقای انرژی را بررسی کنید.

حل:

$$KVL (I) : 2i_1 + 6 - \frac{3}{2} i_1 - 0 \Rightarrow i_1 = -12A$$

$$P_V = 6 \times i_1 = -72 W \text{ توان تحویل می‌دهد}$$

$$i = 5 \cdot i_1 = -17 A$$

$$P_{R1} = R_1 i_1^2 = 288 W \text{ توان تحویل می‌گیرد}$$

$$P_1 = \frac{3}{2} i_1 \times i = \frac{3}{2} \times (-12) \times (-17) = 306 W \text{ توان تحویل می‌دهد}$$

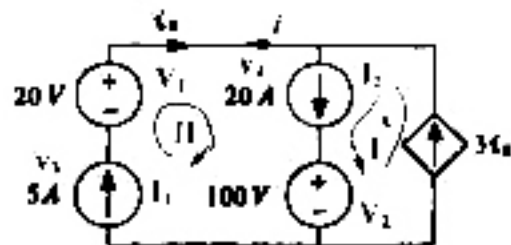
$$P_{R2} = R_2 \times 5^2 = 3 \times 25 = 75 W \text{ توان تحویل می‌گیرد}$$

$$KVL (II) : \frac{3}{2} i_1 + 15 - v = 0 \rightarrow v = 15 \cdot 18 = -3$$

$$P_I = v \times (-5) = -3 \times (-5) = 15 W \text{ توان تحویل می‌گیرد}$$

$$P_V + P_{R1} + P_{R2} + P_I + P_1 = -72 + 288 - 306 + 75 + 15 = 0$$

اصل بقای انرژی:



شکل (مسألة ۳-۲۰)

۳۰- در مدار شکل (مسألة ۳-۲۰) آیا می‌توانید توانی را که هر عنصر تحویل می‌دهد، حساب کنید؟ در صورتی که منبع جریان وابسته به منبع ولتاژ وابسته‌ای با همان جهت تبدیل شود، بار دیگر این مساله را حل کنید.

حل:

خیر، فقط می‌توان توان تحویلی منابع ولتاژ را به صورت زیر بدست آورد، زیرا ولتاژ دو سر منابع جریان مجهول است.

$$P_{I_1} = 20 \times (-5) = -100 \text{ W} \quad \text{توان تحویل می‌دهد}$$

$$P_{V_2} = 100 \times 20 = 2000 \text{ W} \quad \text{توان تحویل می‌گیرد}$$

اگر منبع جریان وابسته به شکل زیر به منبع ولتاژ وابسته تبدیل شود، خواهیم داشت:

$$v = 3i_r = 3 \times 5 = 15 \text{ V}$$

$$i = 20 - 5 = 15 \text{ A}$$

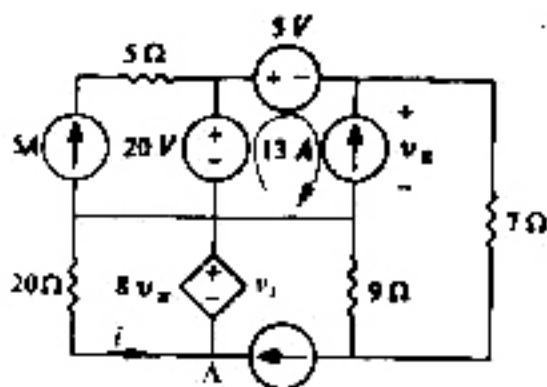
$$P_{I_1} = 15 \times (-15) = -225 \text{ W} \quad \text{توان منبع ولتاژ وابسته}$$

$$KVL (I) : -v - v_4 + v_2 = 0 \Rightarrow v_4 = v_2 - v - 100 = 85 - 15 = 70 \text{ V}$$

$$P_{I_2} = v_4 \times (-I_2) = 70 \times (-20) = -1400 \text{ W}$$

$$KVL (II) : -V_3 - V_1 - V_4 + V_2 = 0 \Rightarrow V_3 = V_2 - V_1 - V_4 = 100 - 20 - 70 = 10 \text{ V}$$

$$P_{I_1} = v_3 \times (-I_1) = 10 \times (-5) = -50 \text{ W}$$



شکل (مسألة ۳-۲۱)

توانهای منابع ولتاژ وابسته نیز مثل حالت اول بدست می‌آیند.

۲۱- توانی که منبع وابسته در مدار شکل (مسألة

۳-۲۱) تحویل می‌دهد یا تحویل می‌گیرد

را حساب کنید.

حل:

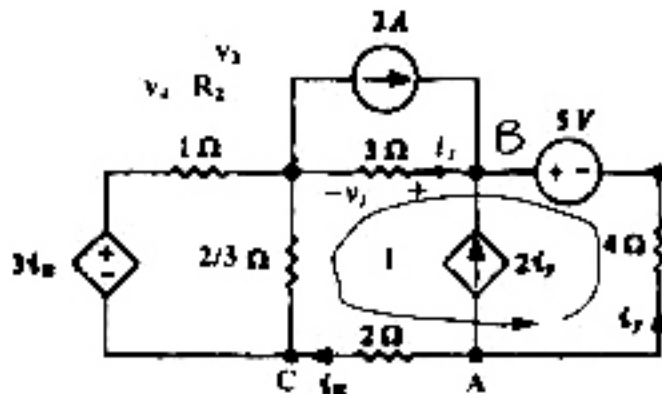
$$KVL : -20 + 5 + v_x = 0 \Rightarrow v_x = 15 \text{ V}$$

$$v_1 = 8i_1 = 8 \times 15 = 120 \text{ V}$$

$$i = \frac{v_1}{20} = \frac{120}{20} = 6 \text{ A}$$

$$A \text{ در گره } KCL : i_1 = 12 + 6 = 18 \text{ A}$$

توان تحویل می دهد  $P = v_1 \times (-i_1) = 120 \times (-18) = -2160 \text{ W}$  توان منبع وابسته



شکل (مسألة ۲۲-۳)

۲۲- در مدار شکل (مسألة ۳-۲۲) انرژی تحویل داده شده توسط منابع وابسته را از هر راهی که مناسب می دانید محاسبه کنید.

حل :

با استفاده از تبدیل تونن به نرتن مدار به شکل زیر

تبدیل می شود:

$$A \text{ در گره } KCL : i_x + 2i_y + i_y = 0 \Rightarrow i_x = -3i_y$$

$$B \text{ در گره } KCL : i_1 = 3i_y + 2$$

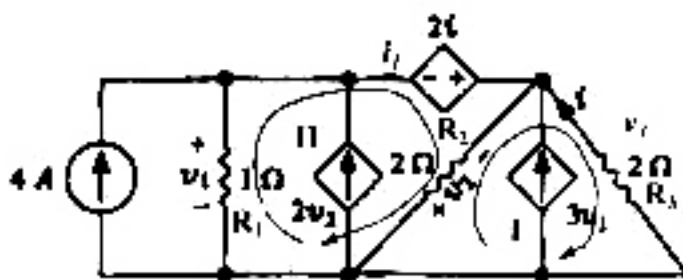
$$C \text{ در گره } KCL : i_2 + 2i_1 = -6i_y$$

$$I \text{ در مش } KVL : 4i_y - 5 + 3(3i_y + 2) + \frac{2}{3}(-6i_y) - 2(-3i_y) = 0 \Rightarrow i_y = -\frac{1}{15} \text{ A}$$

توان تحویل می گیرد  $P_v = 5 \times (-i_y) = 5 \times \frac{1}{15} = \frac{1}{3} \text{ W}$  منبع ولتاژ

$$i_1 = 3 \times \left[-\frac{1}{15}\right] + 2 = \frac{9}{5} \text{ A} \Rightarrow v_1 = 3i_1 = \frac{27}{5} \text{ V}$$

توان تحویل می دهد  $P_1 = v_1 \times (-2) = -\frac{54}{5} \text{ W}$  منبع جریان



شکل (مسألة ۲۳-۳)

۲۳- در مدار شکل (مسألة ۳-۲۳) توانی را که

هر منبع تحویل می دهد به دست آورید و

مشخصاً تعیین کنید که کدام یک توان

تحویل می دهند و کدام یک توان تحویل

می گیرند. اصل بقای انرژی را نیز تحقیق

کنید

حل :

رابطه KCL را در گره مرکب A و B می نویسیم :

$$4 + 2v_2 - v_1 = -3v_1 - i - \frac{v_2}{2} \Rightarrow 2v_1 + 2.5v_2 = -4 - i \quad (I)$$

$$(I) \text{ در حلقه KVL : } v_2 = 2i \quad (II)$$

$$(II) \text{ در حلقه KVL : } v_1 = -2i - v_2 = -4i \quad (III)$$

با جایگذاری روابط (II) و (III) در (I) خواهیم داشت:

$$-8i + 5i = -4 - i \Rightarrow i = 2A \Rightarrow \begin{cases} v_1 = -8V \\ v_2 = 4V \end{cases}$$

توان تحویل می گیرد  $W = v_1 \times (-4) = 32$  توان منبع جریان وابسته

توان تحویل می دهد  $W = v_1 \times (-2v_2) = 64$  توان منبع جریان وابسته  $2v_2$

$$v_3 - 2i = 4V \quad , \quad i_1 = 4 + 2v_2 - v_1 = 20A$$

توان تحویل می دهد  $W = (-v_3) \times (-3v_1) = 96$  توان منبع جریان وابسته  $3v_1$

توان تحویل می دهد  $W = 2i \times (-i_1) = -80$  توان منبع ولتاژ وابسته  $2i$

توان تحویل می گیرند.

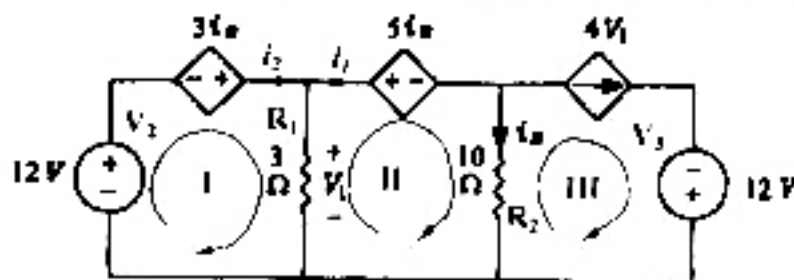
$$P_{R_1} = \frac{v_1^2}{1\Omega} = 64 W \quad , \quad P_{R_2} = \frac{v_2^2}{2\Omega} = 8 W \quad , \quad P_{R_3} = \frac{v_3^2}{2\Omega} = 8 W$$

$$32 + 64 - 96 - 80 + 64 + 8 + 8 = 0$$

اصل بقای انرژی :

۲۴- الف - در مدار شکل (مسئله ۳-۲۴) توانی که هر منبع تحویل می دهد یا تحویل می گیرد چقدر است؟

ب - آیا اصل بقای انرژی در این مدار برقرار است؟ درستی بیان خود را نشان دهید.



شکل (مسئله ۳-۲۴)

حل :

(الف)

$$\begin{aligned} I \text{ در مش } KVL: -12 - 3i_x + V_1 = 0 &\Rightarrow V_1 = 3i_x + 12 \\ II \text{ در مش } KVL: -V_1 + 5i_x + 10i_2 = 0 &\Rightarrow V_1 = 5i_x + 10i_2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} i_x = 1A \\ V_1 = 15V \end{cases}$$

$$i_1 = i_x + 4V_1 = 1 + 60 = 61 \text{ A} \quad , \quad i_2 = i_1 + \frac{V_1}{3} = 66 \text{ A}$$

$$P_{V_2} = V_2(-i_2) = 12 \times (-66) = -792 \text{ W} \text{ توان تحویل می دهد.}$$

$$P_{V_3} = V_3(-4V_1) = 12 \times (-60) = -720 \text{ W} \text{ توان تحویل می دهد.}$$

$$3i_x \text{ توان تحویل می دهد } = 3i_x(-i_2) = 3 \times (-66) = -198 \text{ W}$$

$$5i_x \text{ توان تحویل می گیرد. } = 5i_x(i_1) = 5 \times 61 = 305 \text{ W}$$

$$III \text{ در مش } KVL: V_4 = -V_3 - 10i_x = -12 - 10 = -22 \text{ V}$$

$$4V_1 \text{ توان تحویل می گیرد. } = V_4 \times (-4V_1) = -22 \times (-60) = 1320 \text{ W}$$

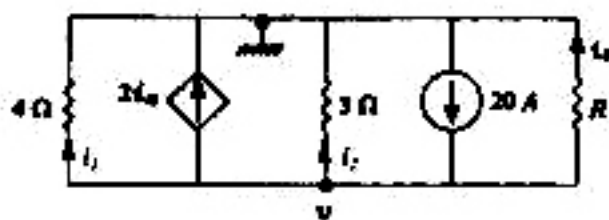
$$P_{R_1} = \frac{V_1^2}{3\Omega} = 75 \text{ W} \quad , \quad P_{R_2} = R_2 i_x^2 = 10 \text{ W} \text{ توان تحویل می گیرند.}$$

$$-792 - 720 - 198 + 305 + 1320 + 75 + 10 = 0$$

ب -

پس اصل بقاء انرژی برقرار است.

۲۵ - در مدار شکل (مسئله ۳-۲۵) مقاومت  $R$  را چنان تعیین کنید که ولتاژ  $v$  برابر ۲۴ ولت باشد.



شکل (مسئله ۳-۲۵)

حل:

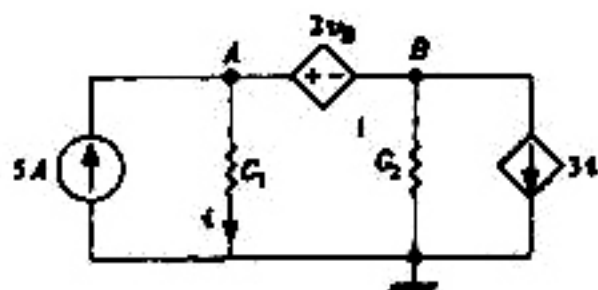
$$i_1 = \frac{v}{4} = 6 \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{v}{3} = 8 \text{ A}$$

$$KCL: i_1 + i_2 + 2i_x + i_3 = 20 \Rightarrow 3i_x = 6 \Rightarrow i_x = 2 \text{ A}$$

$$R = \frac{v}{i_3} = \frac{24}{2} = 12 \Omega$$

۲۶- در مدار شکل (مسئله ۳-۲۶) ولتاژ گره‌های A و B را حساب کنید ( $v_B$  ولتاژ گره B است).



شکل (مسئله ۳-۲۶)

حل:

رابطه KCL در گره مرکب A و B:  $i + G_2 v_B + 3i = 5 \Rightarrow G_2 v_B + 4i = 5$  (I)

رابطه KVL در مش وسط:  $-\frac{i}{G_1} + 2v_B + G_2 v_B = 0 \Rightarrow i = G_1(2 + G_2) v_B$  (II)

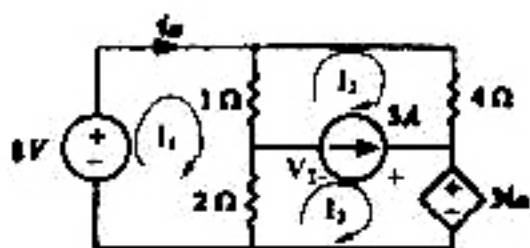
با جایگذاری رابطه (II) در (I) خواهیم داشت:

$$G_2 v_B + 4G_1(2 + G_2) v_B = 5$$

$$v_B = \frac{5}{G_2 + 4G_1(2 + G_2)} \quad i = \frac{5G_1(2 + G_2)}{G_2 + 4G_1(2 + G_2)}$$

$$v_A = \frac{i}{G_1} = \frac{5(2 + G_2)}{G_2 + 4G_1(2 + G_2)}$$

۲۷- مدار شکل (مسئله ۳-۲۷) را با روش تحلیل مش حل کنید و جریانهای مش‌ها را به دست آورید.



شکل (مسئله ۳-۲۷)

حل:

KVL در مش  $I_1$ :  $-8 + I_1 - I_2 + 2(I_1 - I_3) = 0$

$$3I_1 - I_2 - 2I_3 = 8 \quad (I)$$

KVL در مش  $I_2$ :  $4I_2 + V_1 + I_2 - I_1 = 0$

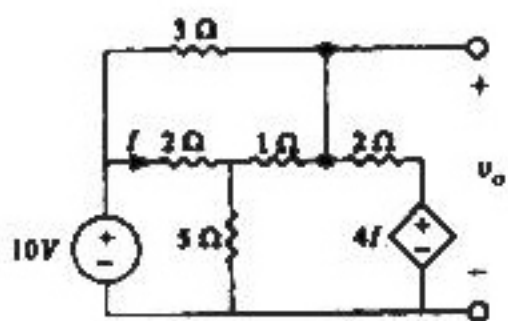
KVL در مش  $I_3$ :  $i_s = I_3 \Rightarrow 3I_1 - V_1 + 2(I_3 - I_1) = 0$

$$\begin{cases} 5I_2 + 2I_3 = 0 \\ I_3 - I_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_2 = -\frac{6}{7} A \\ I_3 = \frac{15}{7} A \end{cases}$$

با جمع دو رابطه فوق داریم:

با جایگذاری مقادیر  $I_2$  و  $I_3$  در رابطه  $I$  داریم:

$$3I_1 + \frac{6}{7} - \frac{30}{7} = 8 \Rightarrow I_1 = \frac{80}{21} A$$

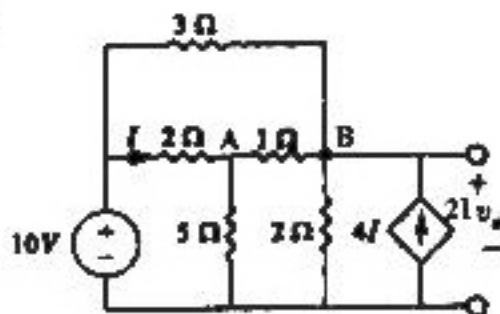


شکل (مسئله ۲۸-۳)

۲۸- ولتاژ خروجی  $v_o$  در مدار شکل (مسئله ۲۸-۳) را به دست آورید.

حل:

با استفاده از تبدیل تونن به نرتن، مدار را به صورت زیر رسم می‌کنیم:



$$I = \frac{10 - e_A}{2}$$

$$e_B - e_A + \frac{e_B}{2} + \frac{e_B - 10}{3} = 2I = 10 - e_A \Rightarrow e_B = v_o = \frac{80}{11} V$$

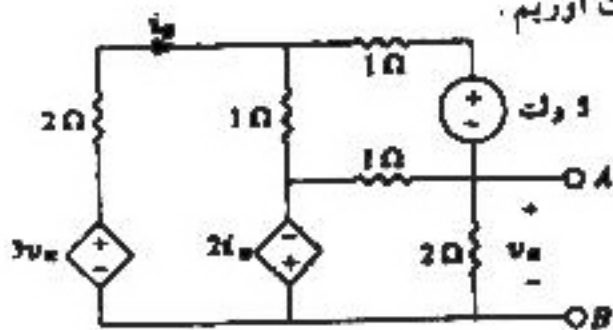
KCL در گره B:

۲۹- در مدار شکل (مسئله ۲۹-۳) می‌خواهیم  $v_x$  و  $i_x$  را بدست آوریم.

الف- با استفاده از روش تحلیل مش، این کار را انجام دهید.

ب- با استفاده از روش تحلیل گره، این کار را انجام دهید.

پ- اگر از دو سر A و B به مدار نگاه کنیم، مدار معادل تونن را به دست آورید.



شکل (مسئله ۲۹-۳)

$$i_x = I_1 \text{ و } v_x = 2I_3$$

حل: الف) با توجه به مدار داریم:

حال، روابط KVL را برتیب در مشهای  $I_1$ ،  $I_2$ ، و  $I_3$  می نویسیم:

$$-3v_x + 2I_1 + I_1 - I_2 - I_2 - 2I_1 = 0 \rightarrow I_1 - I_2 - 6I_3 = 0$$

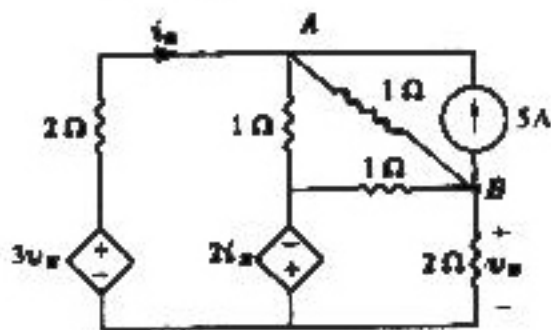
$$I_2 - I_1 + I_2 + 5 + I_2 - I_3 = 0 \rightarrow I_1 - 3I_2 + I_3 = 5$$

$$I_3 - I_2 + 2I_3 + 2i_x = 0 \rightarrow 3I_3 - I_2 + 2I_1 = 0$$

با حل سه معادله سه مجهولی فوق مقادیر زیر بدست می آید:

$$I_3 = \frac{5}{37} \Rightarrow v_x = 2I_3 = \frac{10}{37}$$

$$i_x = I_1 = -\frac{45}{37} \text{ A}$$



ب- با استفاده از تبدیل تونن به نرتن مدار را

بصورت زیر رسم می کنیم:

یا توجه به مدار داریم:

$$v_x = e_B, \quad i_x = \frac{3e_B - e_A}{2}$$

$$\frac{e_A - 3v_x}{2} + e_A - (-2i_x) + e_A - e_B = 5 \rightarrow \frac{e_A - 3e_B}{2} + e_A + 3e_B - e_A + e_A - e_B = 5$$

$$\rightarrow 3e_A + e_B = 10 \quad (I)$$

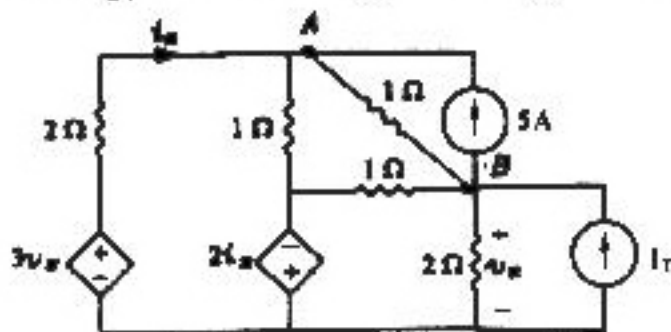
$$e_B - e_A + \frac{e_B}{2} + e_B - (-2i_x) = -5 \rightarrow e_B - e_A + \frac{e_B}{2} + e_B + 3e_B - e_A = -5$$

$$\rightarrow -4e_A + 11e_B = -10 \quad (II)$$

$$e_B = v_x = \frac{10}{37} \text{ V}$$

با حل دو معادله دو مجهولی فوق داریم:

$$e_A = \frac{120}{37} \rightarrow i_x = \frac{3e_B - e_A}{2} = \frac{\frac{30}{37} - \frac{120}{37}}{2} = -\frac{45}{37} \text{ A}$$



پ- مدار را بصورت زیر در نظر می گیریم:

با جایگذاری روابط (VII) و (VI) در رابطه (V) خواهیم داشت:

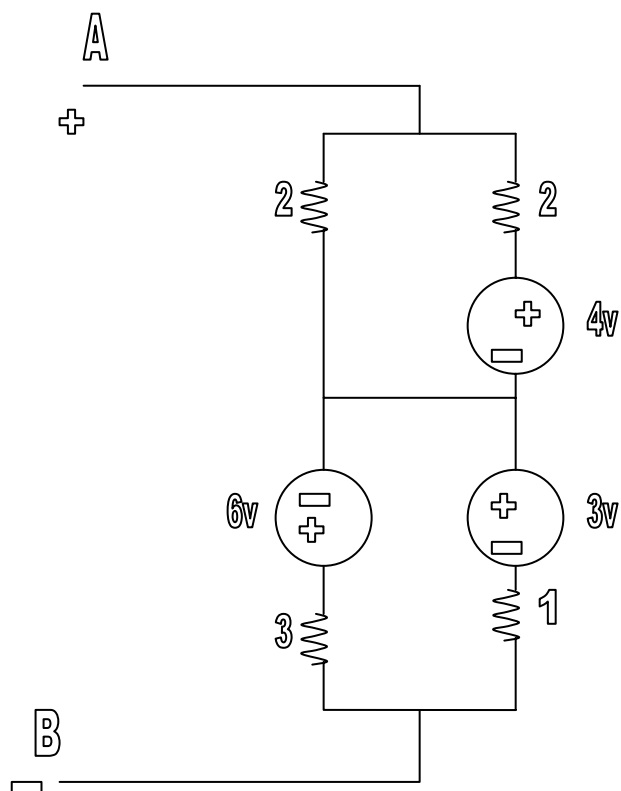
$$e_B - e_A + \frac{3}{5}e_B - 2 = 4 - 2e_A \rightarrow e_A + \frac{8}{5}e_B = 6 \quad (VIII)$$

با حل دو معادله دو مجهولی (I) و (VIII) بدست می آوریم:

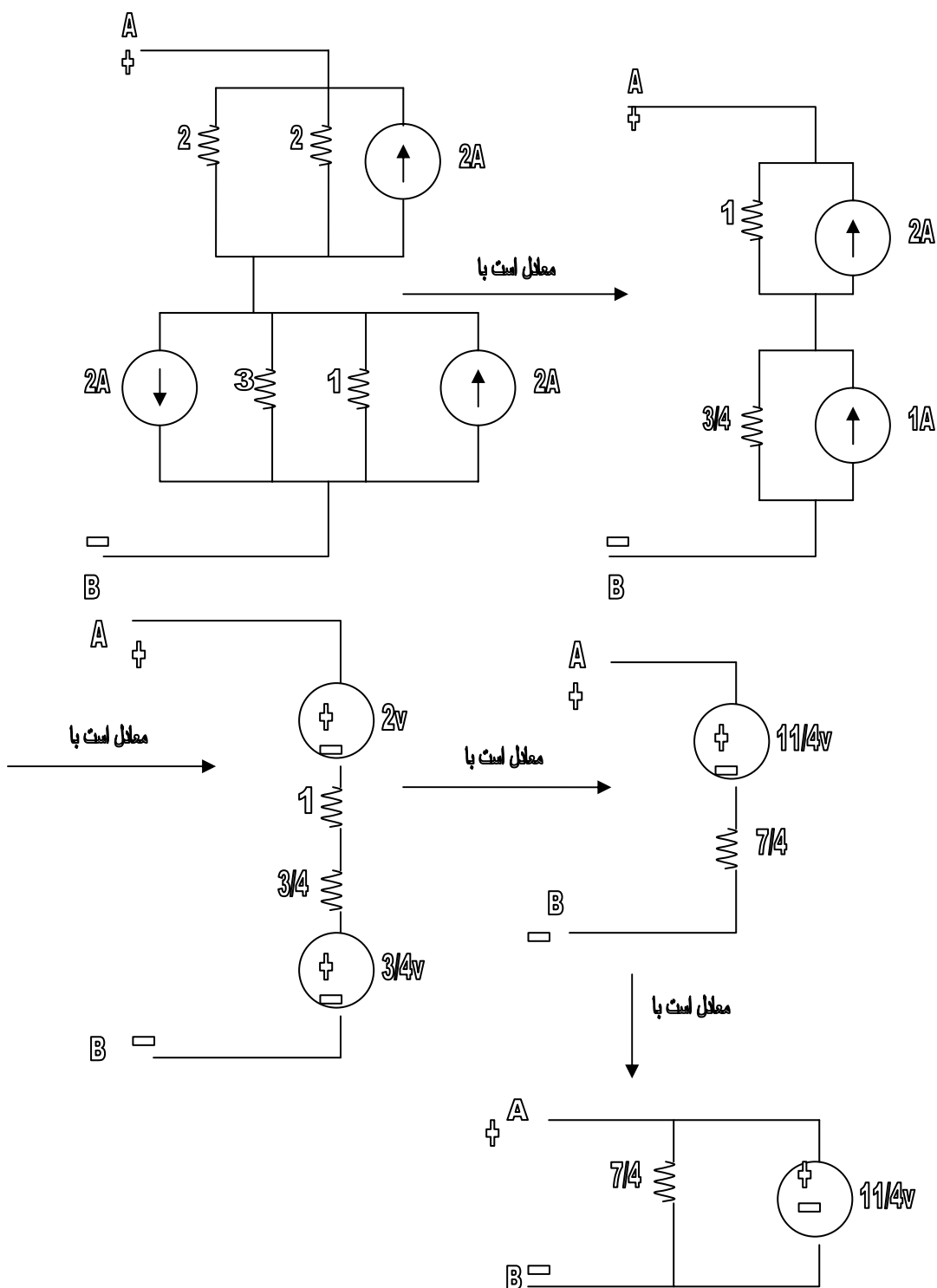
$$e_A = -2V \quad \text{و} \quad e_B = 5V$$

$$v_y = 2 - (-2) = 4V \quad \text{و} \quad i_x = -\frac{e_B}{2} = -\frac{5}{2} = -1A$$

۹۱- با انجام متوالی تبدیل منابع مدار داده شده در شکل را به صورت اتصال موازی یک مقاومت و یک منبع جریان درآورید و مقادیر آنها را مشخص کنید

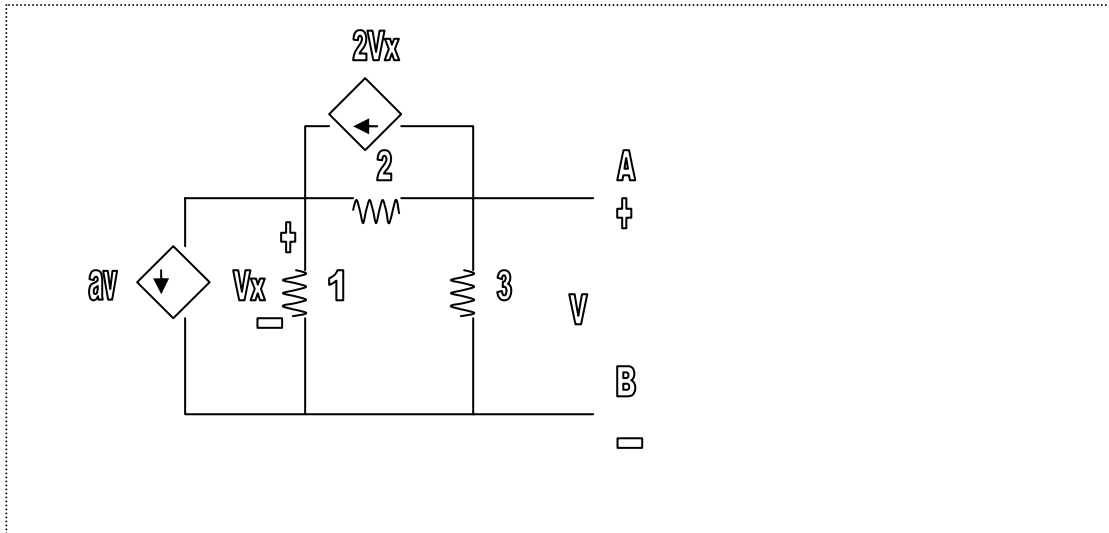


حل: با استفاده از تبدیلات متوالی داریم:

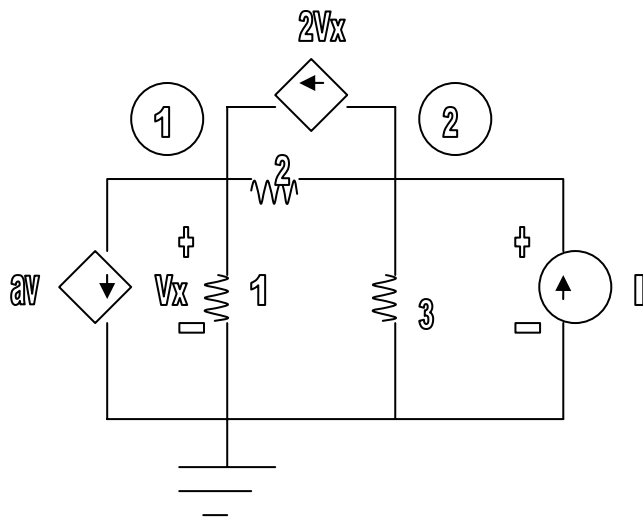


۹۲\_ به ازای  $a=1/6, 2/9, 1$  مدار معادل تونن دو سر A, B را تعیین کنید

۹۲\_ به ازای  $a=1/6, 2/9, 1$  مدار معادل تونن دو سر A, B را تعیین کنید



حل: بدین منظور منبع جریان آزمایش I را به دو سر A, B وصل کرده و با استفاده از روش تحلیل گره V را بدست می آوریم



$V_x = e_1, V = e_2$   
 $ae_2 + e_1/1 - 2e_1 + e_1 - e_2 = 0$  ----- ۱ گره برای kcl  
 $-I + 2e_1 + (e_1 - e_2)/2 + e_2/3 = 0$  ----- ۲ گره برای Kcl

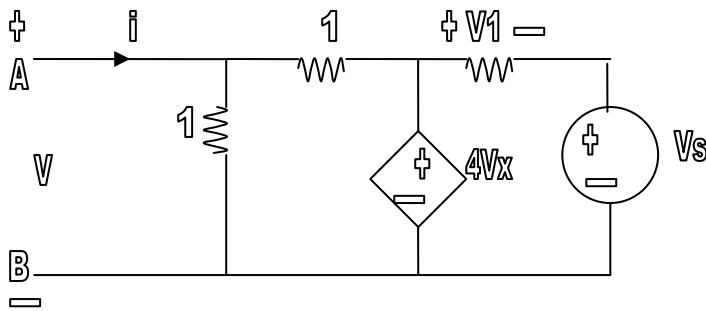
$-e_1 + (2a-1)e_2 = 0, 9e_1 + 5e_2 = 6I$  -----

$$\rightarrow V = e_2 = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 9 & 6I \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & 2a-1 \\ 9 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{3}{9a-2} I$$

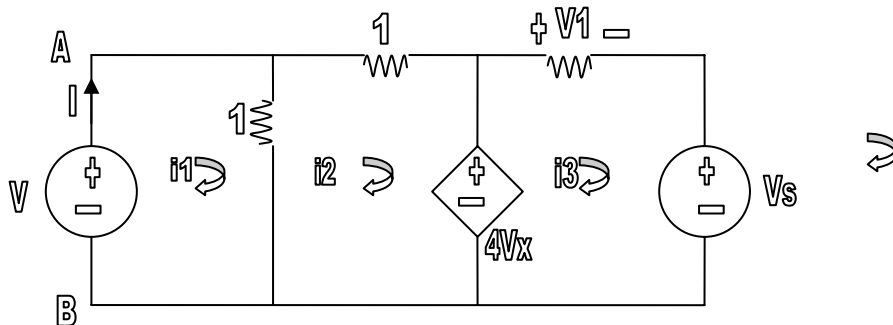
$$e_{oc}=0, R_{th}=3/(9a-2)=\{-6, a=1/6 <----- \\ a=2/9 \text{ بینهایت} \\ 3/7, a=1 \}$$

۹۳- معادله تونن دو سر A,B را در دو حالات زیر بدست آورید

الف:  $V_X=V_1 <-----$   
ب:  $V_X=-V_1 <-----$



حل: با اتصال منبع ولتاژ V از مایشی به دو سر A,B و با استفاده از روش تحلیل مش جریان گذرنده از منبع



ولتاژ فوق بدست میاوریم

$$\begin{cases} i_1 - i_2 = V \\ i_1 - 2i_2 = 8i_3 <----- \\ i_3 = V_s/6 \end{cases} \quad \begin{cases} -V_1 + (i_1 - i_2) = 0: 1 \text{ kvl برای مش} \\ (i_2 - i_1) + i_2 + 4(2i_3) = 0: 2 \text{ Kvl برای مش} \\ -4(2i_3) + 2i_3 + V_3 = 0: 3 \text{ Kvl برای مش} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} I_1 - i_2 = V \\ -i_1 = -2V + 4/3 V_s \\ i_1 = I \\ V = 1/2 I + 2/3 V_s \end{cases}$$

$$I_1 - 2i_2 = 4/3 V_s$$

$$R_{th} = 1/2, V_{th} = 2/3 V_s <-----$$

ب: در این حالت  $V_X = -V_1 = -2i_3$  می باشد. بنابراین این داریم:

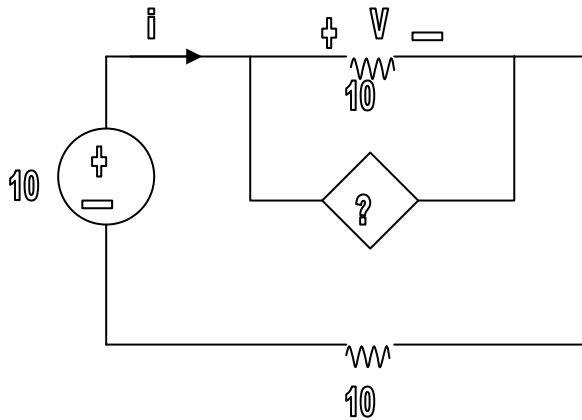
$$\{i_1 - i_2 = V$$

$$-i_1 = -2V + 4/5 V_s, i_1 = I <----- I_1 - 2i_2 = 4/5 V_s$$

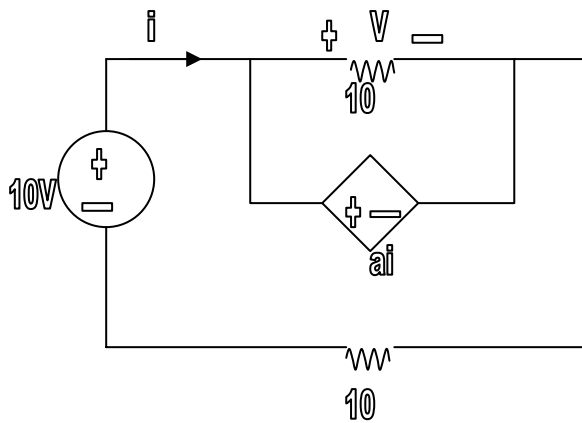
$$I_3 = -V_s/10\}$$

$$V = 1/2 I - 2/5 V_s \text{ ----} \rightarrow R_{th} = 1/2, V_{th} = -2/5 V_s \text{ ---} <-----$$

۹۴- می خواهیم  $i = -1A$  شود. چه نوع منبع وابسته ای به جای "?" قرار دهیم. همه حالت ها را بررسی کنید

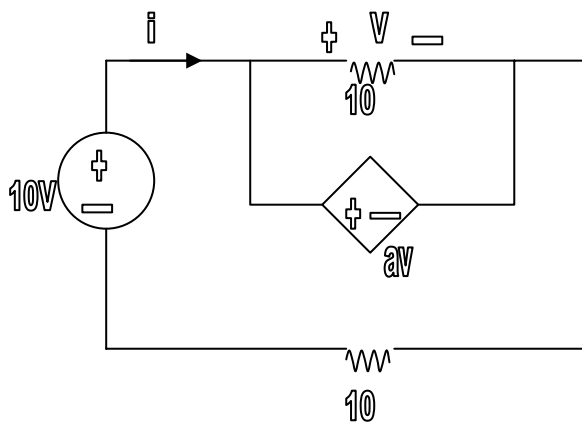


حل: حالت اول: منبع ولتاژ کنترل شده با جریان:



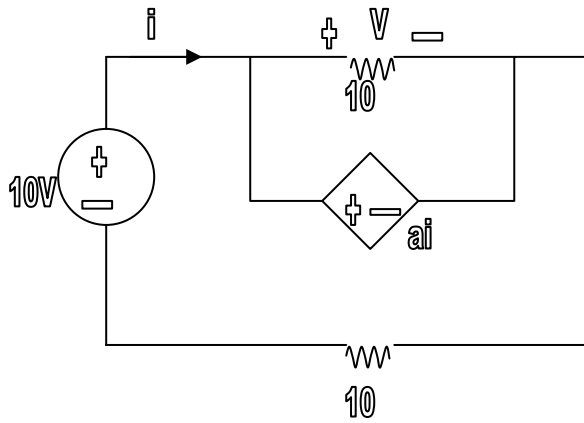
$$-10 + ai + 10i = 0, \quad i = -1 \rightarrow -10 - a - 10 = 0 \rightarrow a = -20$$

حالت دوم: منبع جریان کنترل شده با ولتاژ:



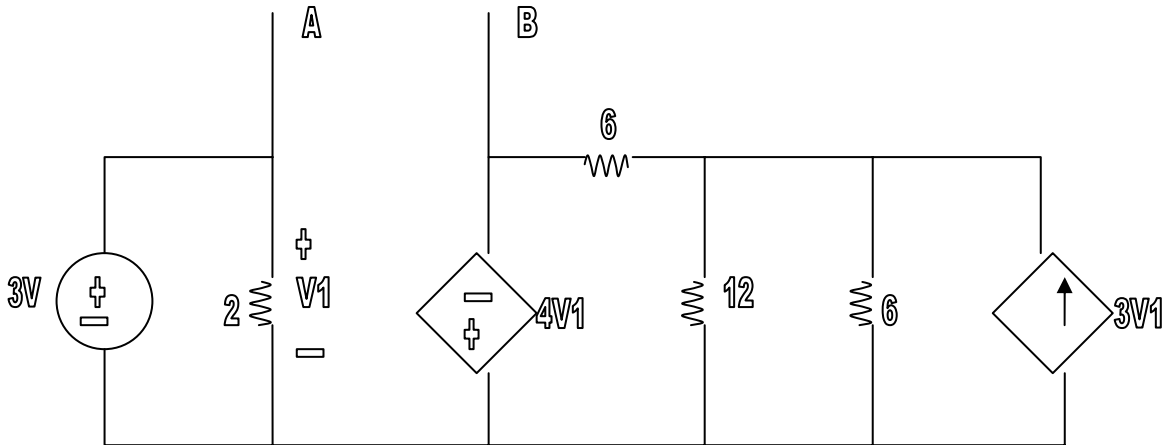
$$\begin{aligned} \text{Kvl} \rightarrow -10 + V + 10i &= 0 \rightarrow -10 + V - 10 = 0 \rightarrow V = 20V \\ \text{Kvl} \rightarrow -i + V/10 + ai &= 0 \rightarrow 1 + 20/10 - a = 0 \rightarrow a = 3 \end{aligned}$$

حالت سوم: منبع جریان کنترل شده با جریان: همبند قسمت قبل  $V=20v$  خواهد شد

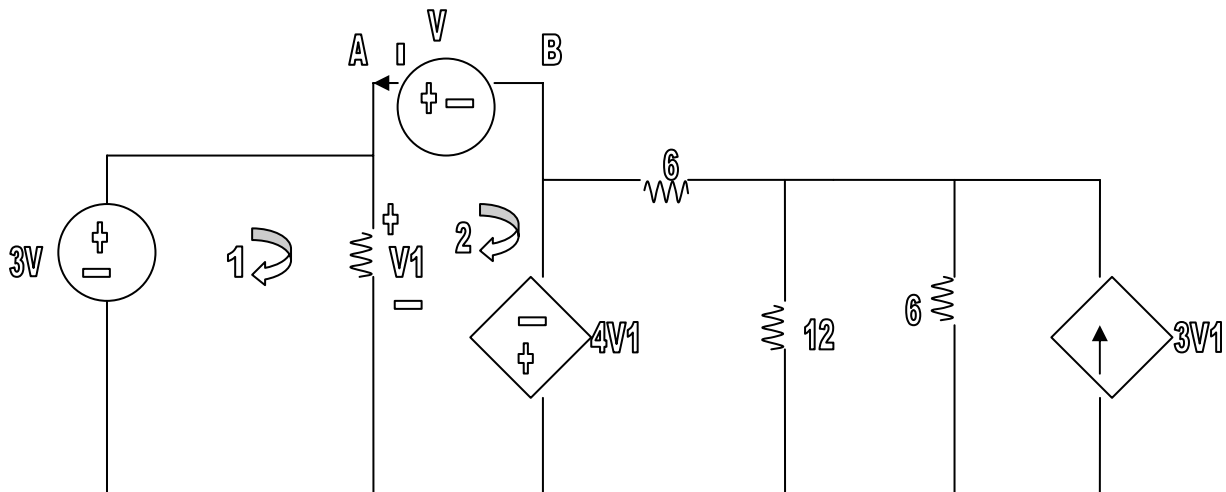


$$Kcl \rightarrow -i + V/10 + ai = 0 \rightarrow 1 + 20/10 - a = 0 \rightarrow a = 3$$

۹۵- معادله تونن دو سر A,B را بدست آورید



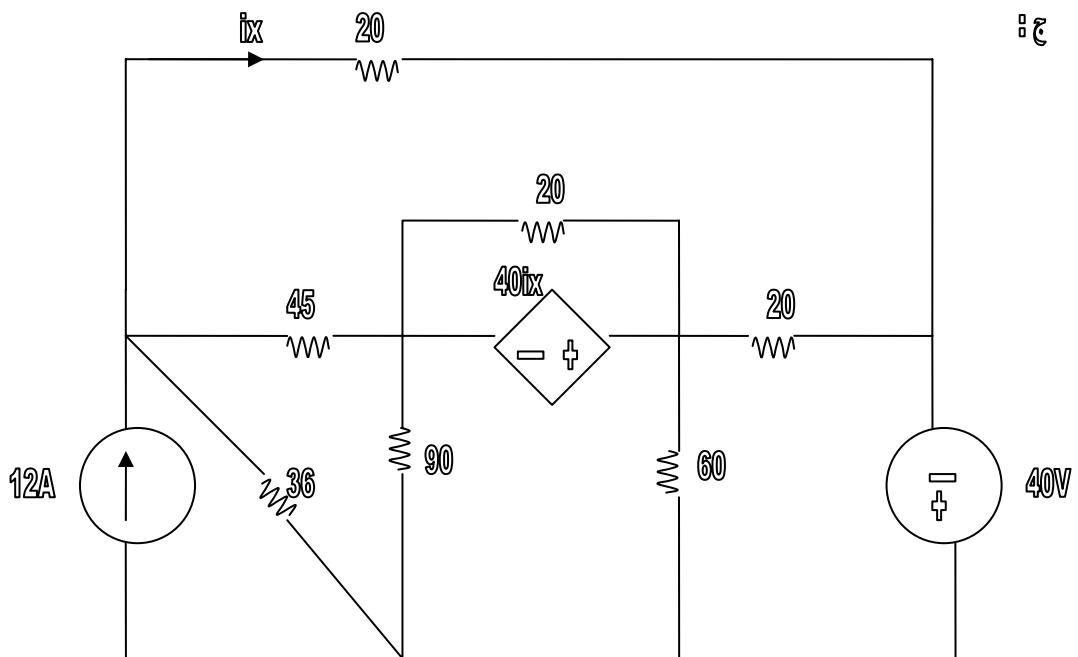
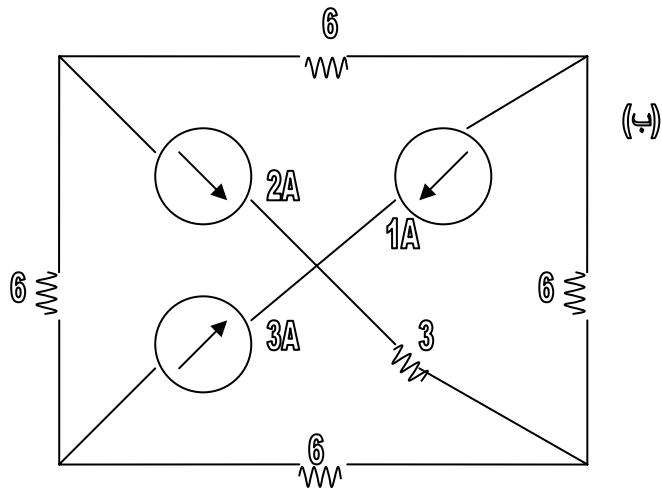
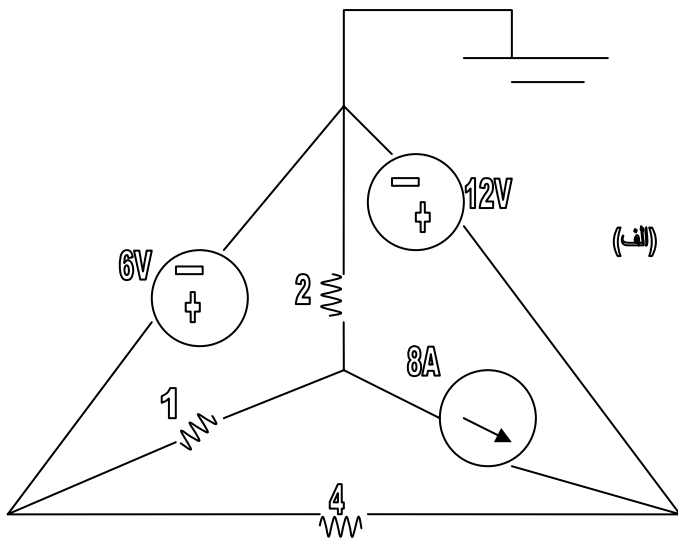
حل: بدین منظور منبع ولتاژ  $V$  آزمایش را به دو سر A,B وصل کرده و خواهیم داشت



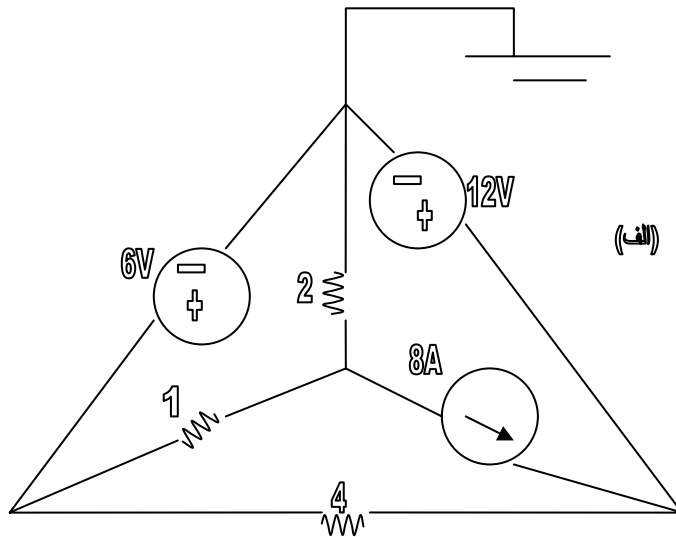
۱ برای kvl :  $--- \rightarrow -3 + V1 = 0 \rightarrow V1 = 3$

۲ برای Kvl:  $--- \rightarrow -3 + V - 12 = 0 \rightarrow V = 15 \rightarrow R_{th} = 0, e_{oc} = 15v$

۹۶- از روش های تحلیل گره و مش هر کدام که راحت تر باشد استفاده کرده و مدارات زیر را تحلیل کنید



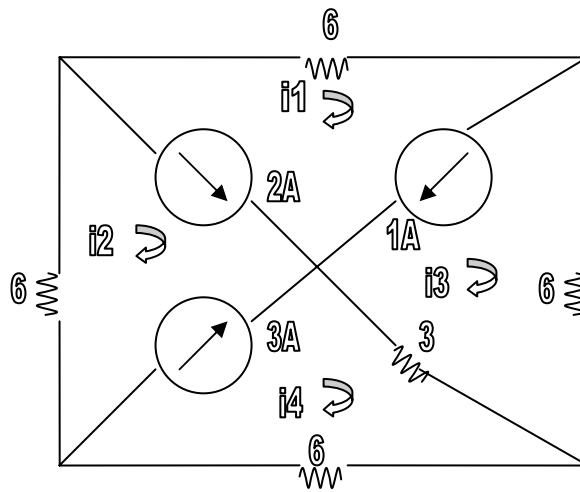
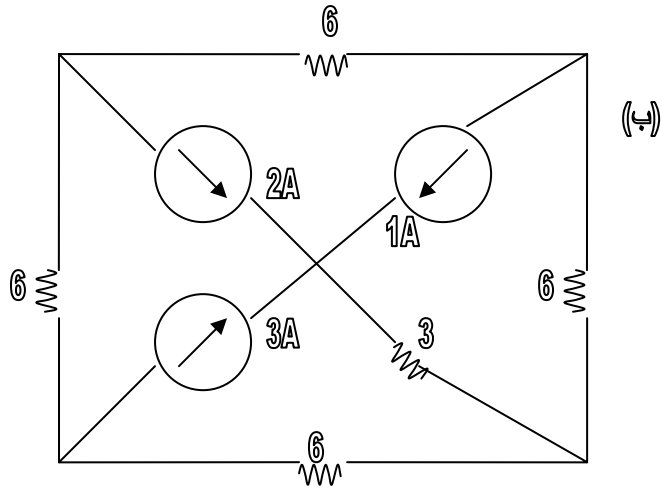
حل: الف- برای تحلیل مدار (الف) از روش تحلیل گره استفاده خواهیم کرد



$$E_1=6v \quad , \quad e_2=12v$$

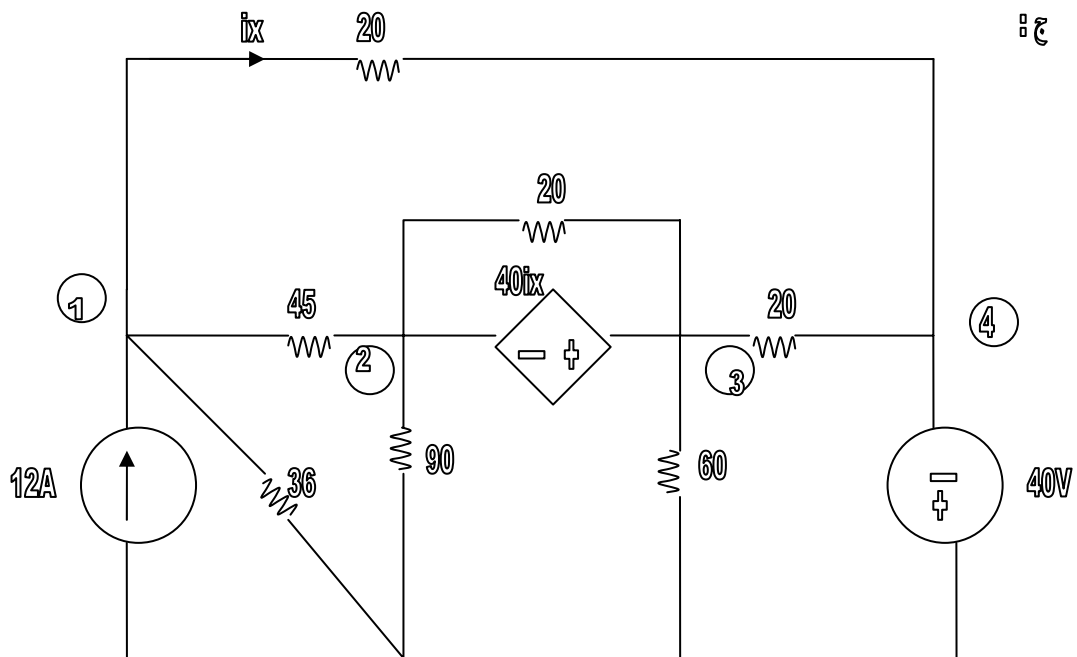
$$\text{Kcl:} \text{---} \rightarrow (e_3-6)/1 + e_3/2 + 8=0 \quad \text{---} \rightarrow \quad e_3=-4/3 \text{ v}$$

ب: برای تحلیل مدار (ب) از روش تحلیل مش استفاده خواهیم کرد



$$\begin{aligned}
 I_2 - i_1 &= 2, \quad i_1 - i_4 = 1, \quad i_3 - i_2 = 1 \quad \rightarrow \quad i_3 - i_1 = 5 \\
 \text{KVL for all loops} &\rightarrow -6i_1 - 6i_4 - 6i_3 - 6i_2 = 0 \quad \rightarrow \quad i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0 \\
 \rightarrow i_1 + (i_1 + 2) + (i_1 + 5) + (i_1 - 1) &= 0 \quad \rightarrow \quad i_1 = -3/2 \text{ A} \\
 I_2 = i_1 + 2 = 1/2 \text{ A}, \quad i_3 = i_1 + 5 = 7/2 \text{ A}, \quad i_4 = i_1 - 1 = -5/2 \text{ A}
 \end{aligned}$$

ج: برای تحلیل این مدار روش تحلیل گره را بکار خواهیم برد



$$E_4 = -40 \text{ V} , \quad i_x = (e_1 + 40) / 20 , \quad e_3 - e_2 = 4 i_x = 40 ( (e_1 + 40) / 20 )$$

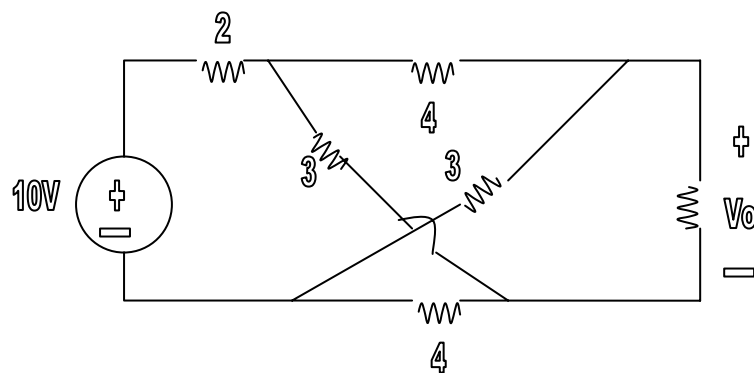
$$\text{برای Kcl ---} \rightarrow -12 + (e_1 + 40) / 20 + (e_1 - e_2) / 45 + e_1 / 36 = 0$$

$$\text{برای Kcl --} \rightarrow (e_2 - e_1) / 45 + e_2 / 90 + e_3 / 60 + (e_3 + 40) / 20 = 0$$

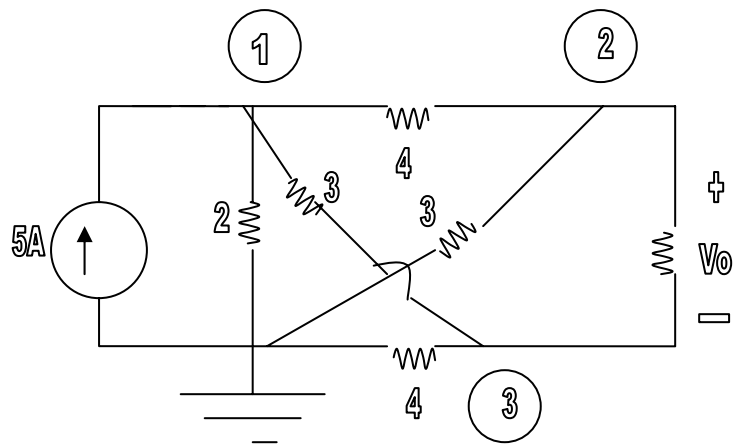
$$\begin{cases} -2 e_1 - e_2 + e_3 = 80 \\ 9e_1 - 2e_2 = 900 \end{cases} \rightarrow e_1 = 67.1 \text{ V} , \quad e_2 = -148 \text{ V} , \quad e_3 = 66.3 \text{ V}$$

$$\begin{cases} 4 e_1 - 6 e_2 - 12 e_3 = 0 \end{cases}$$

$$V_o = ? - 9 \text{ V}$$



حل: با استفاده از روش تحلیل گره و تبدیل تونن نرتن داریم :



$$\text{Kcl برای گره ۱} \rightarrow -5 + e_1/5 + (e_1 - e_3)/3 + (e_1 - e_2)/4 = 0 \rightarrow 13 e_1 - 3e_2 - 4e_3 = 60$$

$$\text{Kcl برای گره ۲} \rightarrow (e_2 - e_1)/4 + e_2/3 + (e_2 - e_3)/2 = 0 \rightarrow -3 e_1 + 13 e_2 - 6e_3 = 0$$

$$\text{Kcl برای گره ۳} \rightarrow e_3/4 + (e_3 - e_1)/3 + (e_3 - e_2)/2 = 0 \rightarrow -4e_1 - 6e_2 + 13 e_3 = 0$$

$$\begin{vmatrix} 13 & -3 & -4 \\ -3 & 13 & -6 \\ -4 & -6 & 13 \end{vmatrix} = 1260$$

$$\rightarrow V_o = e_2 - e_3 = \begin{vmatrix} 13 & 60 & -4 \\ -3 & 0 & -6 \\ -4 & 0 & 13 \end{vmatrix} - 1/1260 \begin{vmatrix} 13 & -3 & -4 \\ -3 & 13 & 0 \\ -4 & -6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow V_o = 3780/1260 - 4200/1260 = - 1/3 \text{ V}$$

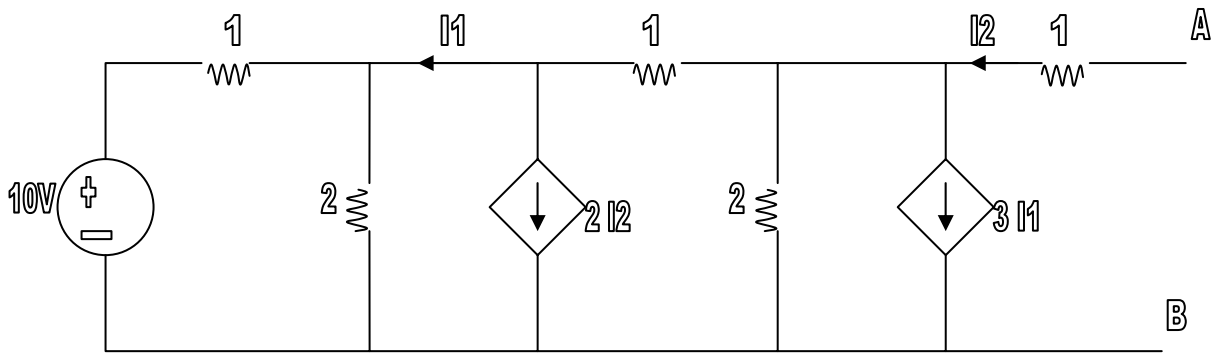
مسئله ۹۸-

الف : ولتاژ مدار باز  $e_{oc}$  را تعیین کنید

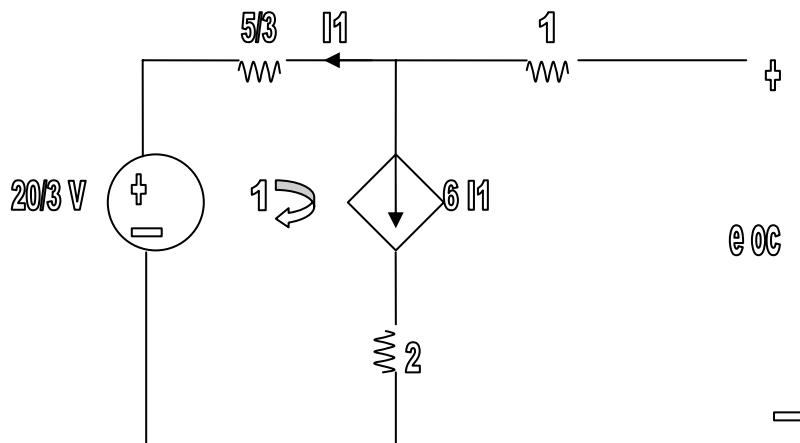
ب : جریان اتصال کوتاه  $i_{sc}$  را تعیین کنید

ج : مقاومت دو سر  $A, B$  را مستقلاً تعیین کنید

درستی رابطه  $e_{oc} = Req I_{sc}$  را بررسی کنید



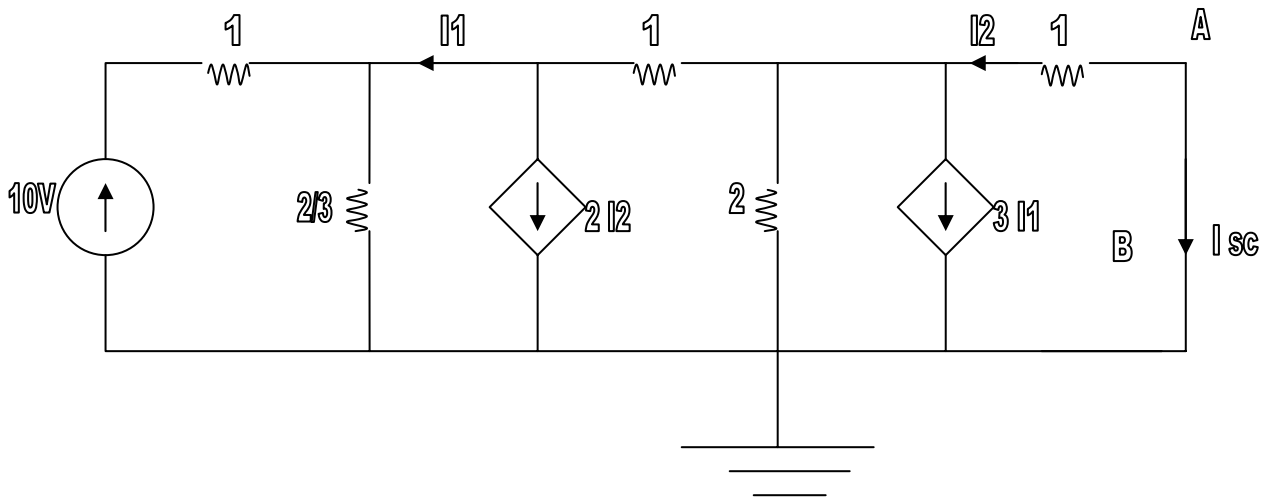
حل : الف- از تبدیل تونن به نرتن و برعکس استفاده خواهیم کرد. همچنین در حالت مدار باز  $I_2=0$  خواهد بود بنابر این داریم:



$$\text{Kvl} \rightarrow -20/3 - 5/3 I_1 - 6 I_1 - 2 I_1 = 0 \rightarrow I_1 = -20/29$$

$$E_{oc} = -6I_1 - 2 I_1 = -8 I_1 = 160/29 \text{ V}$$

ب: با استفاده از تبدیل تونن به نرتن و برعکس و با بکارگیری روش تحلیل گره داریم :



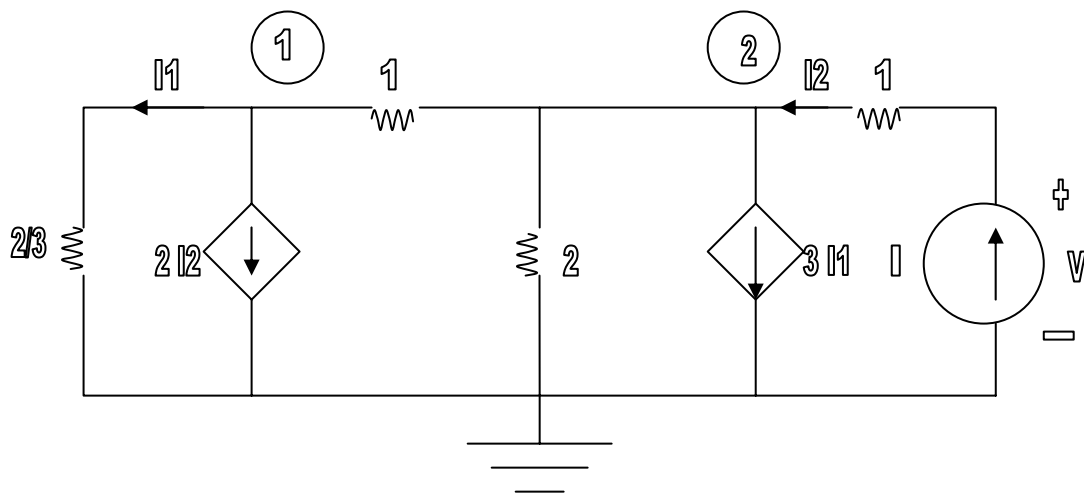
$$I_2 = -e_2/1 = -e_2 \quad , \quad I_1 = (e_1)/(2/3) - 10 = 3e_1/2 - 10$$

$$\text{Kcl برای گره ۱} \rightarrow 3e_1/2 - 10 + 2(-e_2) + (e_1 - e_2)/1 = 0 \rightarrow 5e_1 - 6e_2 = 20$$

$$\text{Kcl برای گره ۲} \rightarrow (e_2 - e_1)/1 + e_2/2 + 3(3e_1/2 - 10) + e_2/1 = 0 \rightarrow 7e_1 + 5e_2 = 60$$

$$\rightarrow I_{sc} = -I_2 = e_2 = \begin{vmatrix} 5 & 20 \\ 7 & 60 \end{vmatrix} / \begin{vmatrix} 5 & -6 \\ 7 & 6 \end{vmatrix} = 160/67 \text{ A}$$

ج: بدین منظور منبع جریان I را به دو سر A, B وصل کرده و منابع نابسته را برابر صفر قرار میدهیم و با استفاده از روش تحلیل گره ولتاژ دو سر A, B را بدست خواهیم آورد



$$I = I_2 \quad , \quad I_1 = 3e_1/2$$

$$\text{Kcl برای گره ۱} \rightarrow 3e_1/2 + 2I + (e_1 - e_2)/1 = 0 \rightarrow 5e_1 - 2e_2 = -4I$$

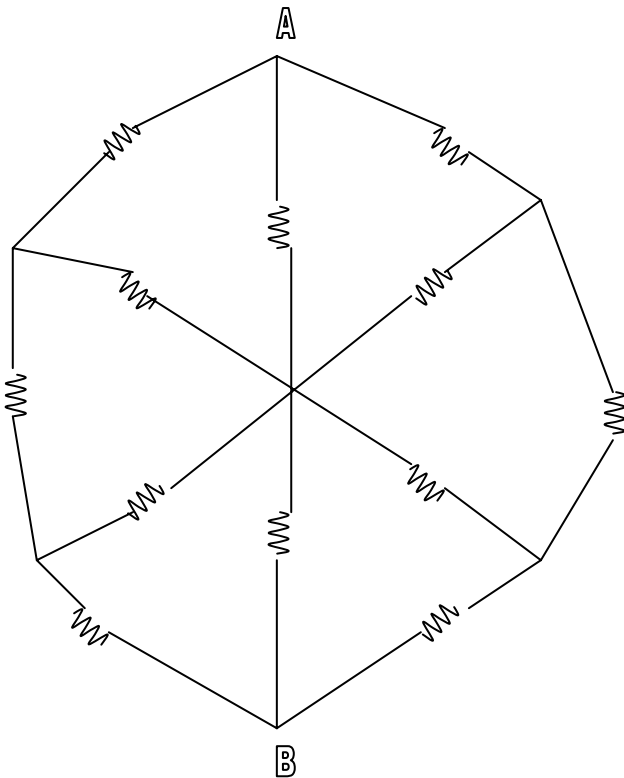
$$\text{Kcl برای گره ۲} \rightarrow (e_2 - e_1)/1 + e_2/2 + 3(3e_1/2) - I = 0 \rightarrow 7e_1 + 3e_2 = 2I$$

$$e_2 = \begin{vmatrix} 5 & -4I \\ 7 & 2I \end{vmatrix} / \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$$

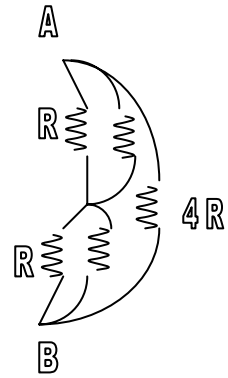
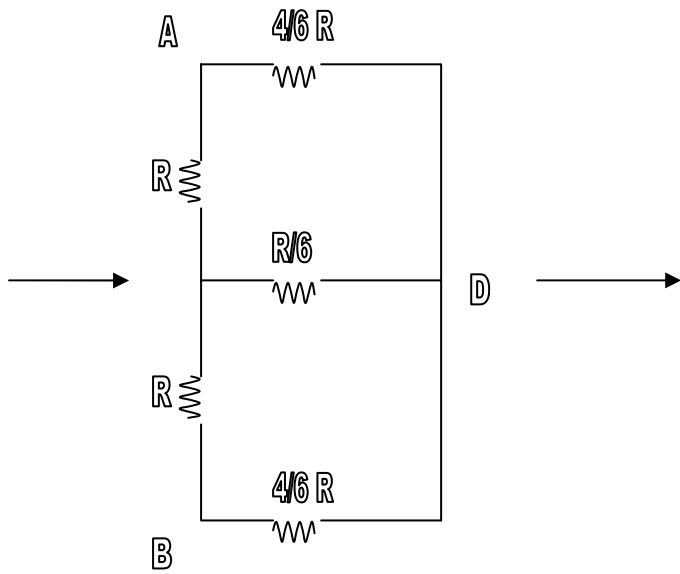
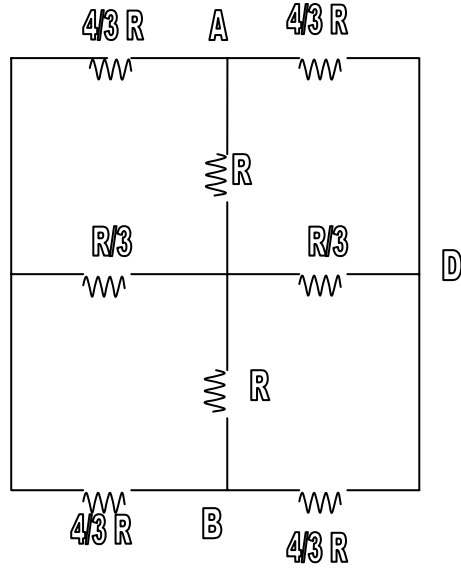
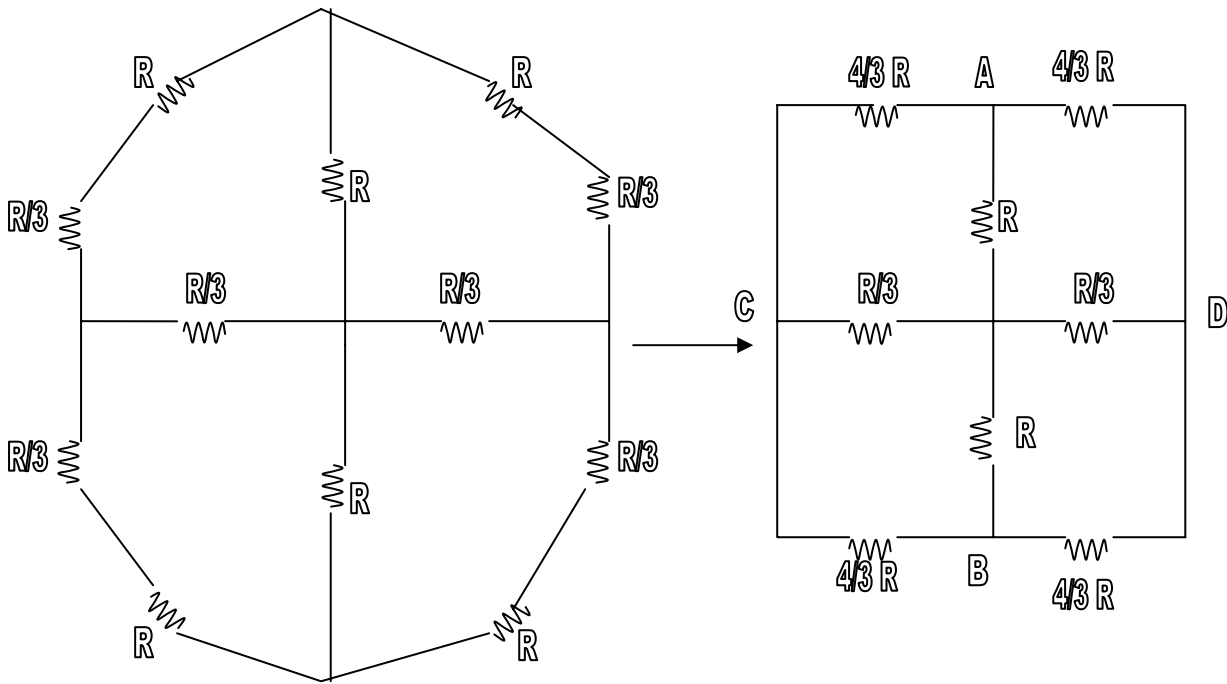
$$\rightarrow = 38I/29, \quad V = e_2 + I = 67/29 I \rightarrow \quad R_{eq} = V/I = 67/29$$

با توجه به مقادیر بدست آمده واضح است که رابطه  $e_{oc} = R_{eq} I_{sc}$  برقرار است

مسئله ۹۹- تمامی مقاومت ها R هستند. مقاومت دو سر A, B چیست.

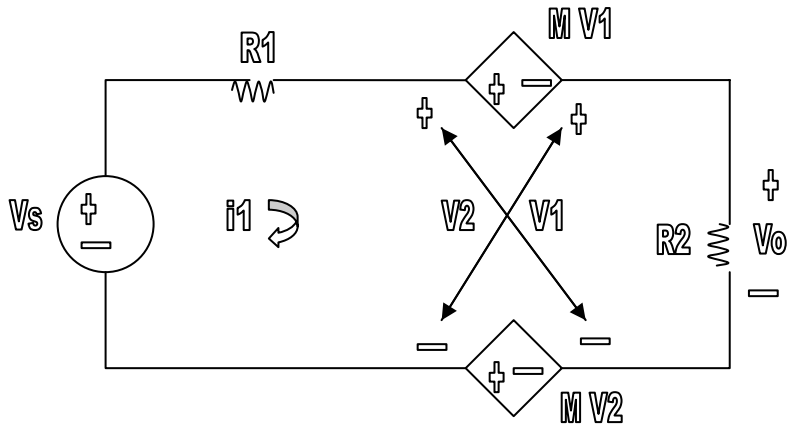


حل : با استفاده از تبدیل مثلث به ستاره و برعکس خواهیم داشت :



$$R_{ab} = [(R \parallel R) + (R \parallel R)] \parallel 4R = 4/5 R$$

مسئله ۱۰۰- Vo = ?



حل : با توجه به شکل مسئله داریم :

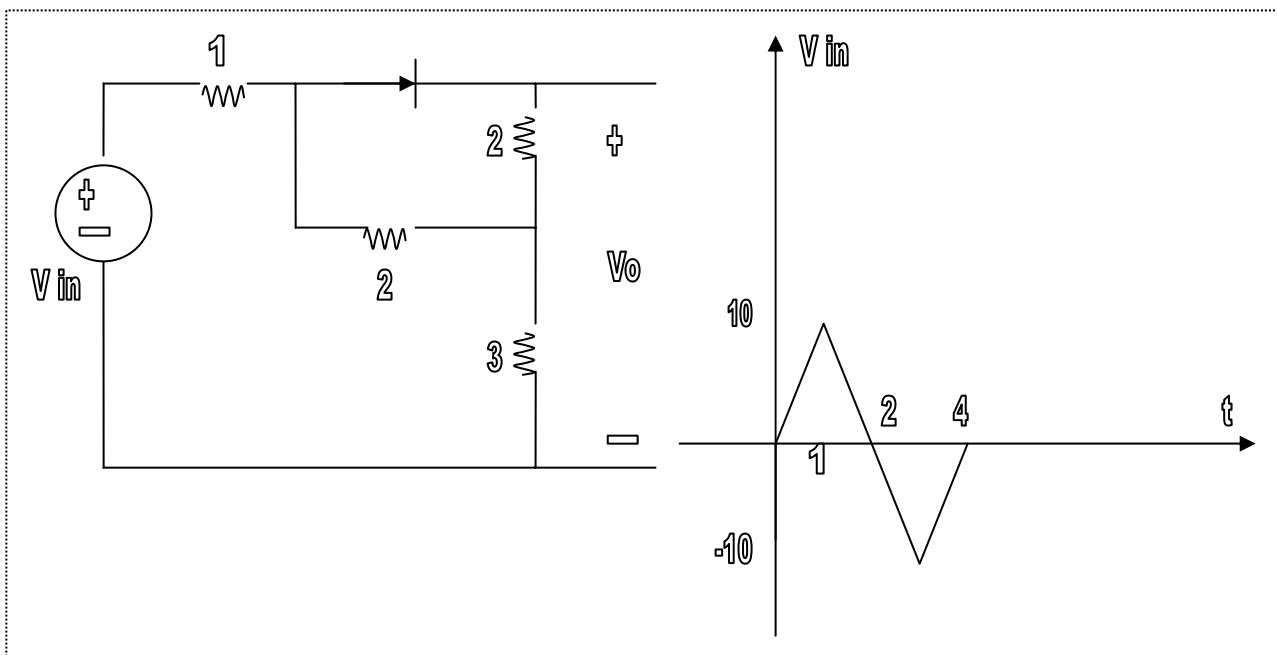
$$V1 = \mu V1 + i1 R2 \rightarrow V1 = R2 / (1 - \mu) i1, \quad V2 = \mu V2 + I R2 \rightarrow V2 = R2 / (1 + \mu) i1$$

$$Kvl \rightarrow -V_s + i1 R1 + \mu V1 + i1 R2 - \mu V2 = 0$$

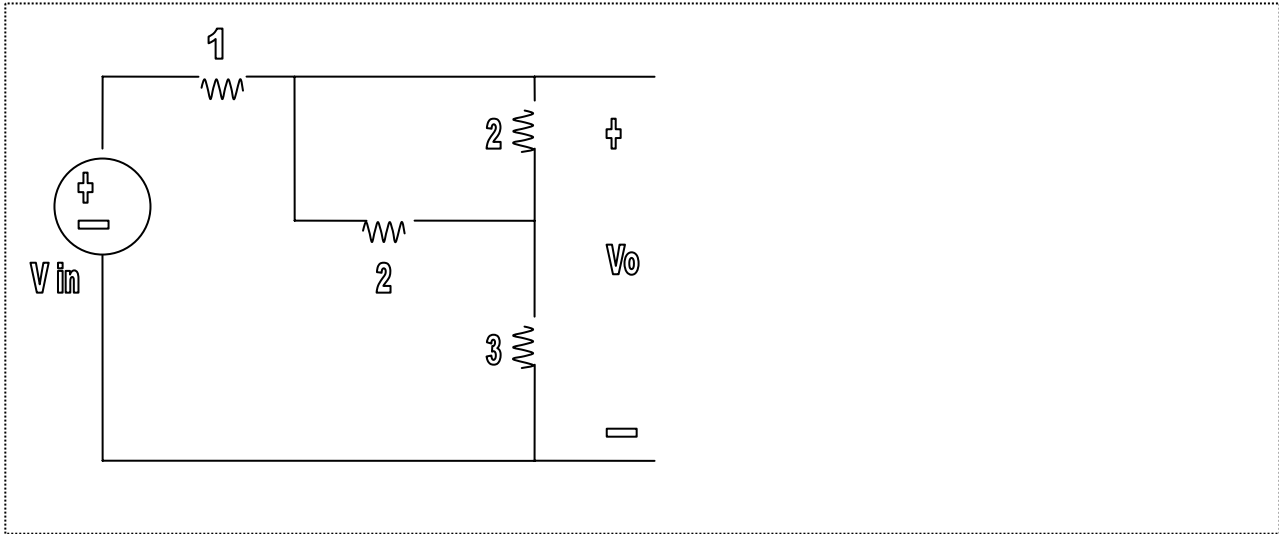
$$-V_s + i1 R1 + (\mu R2) / (1 - \mu) i1 + i1 R2 - \mu R2 / (1 + \mu) i1 = 0$$

$$i1 = V_s / (R1 + R2 + 2\mu^* \mu / (1 - \mu^* \mu) R^* R) \rightarrow V_o = R2 i1 = R2 / (R1 + R2 + 2\mu^* \mu / (1 - \mu^* \mu) R^* R) V_s$$

۱۰۱- شکل موج خروجی Vo را تعیین کنید

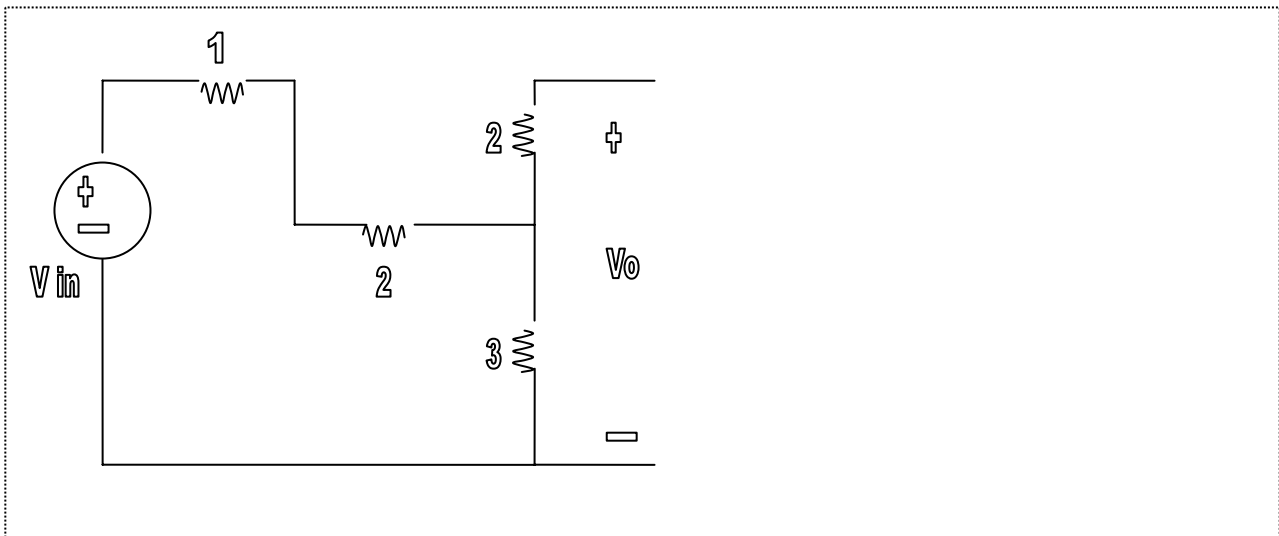


حل : به ازای  $V_{in} > 0$  و یا  $0 < t < 2$  دیود اتصال کوتاه است



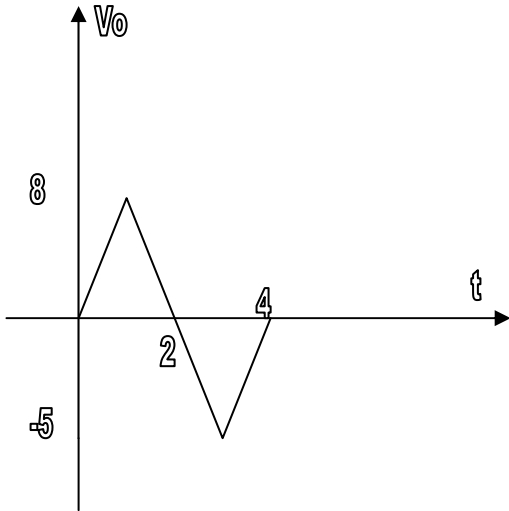
$$V_o = \left( \frac{2 \parallel 2}{1 + (2 \parallel 2) + 3} \right) V_{in} = \frac{4}{5} V_{in}$$

و به ازای  $V_{in} < 0$  و یا  $2 < t < 4$  دیود مدار باز است

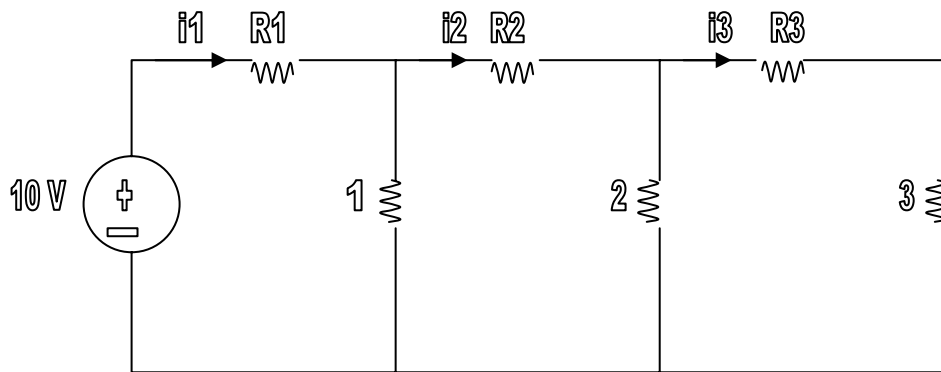


$$V_o = \left[ \frac{3}{1 + 2 + 3} \right] V_{in} = \frac{1}{2} V_{in}$$

بنابر این شکل موج  $V_o$  به صورت زیر می باشد



۱۰۲-  $R_1, R_2, R_3$  را چنان انتخاب کنید که  $i_1/9 = i_2/3 = i_3/1$  باشد



حل : با توجه به شکل و با استفاده از قاعده تقسیم جریان داریم :

$$i_3 = 2/(2+3 + R_2) \quad i_2 = 2/(5+ R_3) \quad i_2 \rightarrow 2/(5+ R_3) + 1/3 \rightarrow R_3 = 1$$

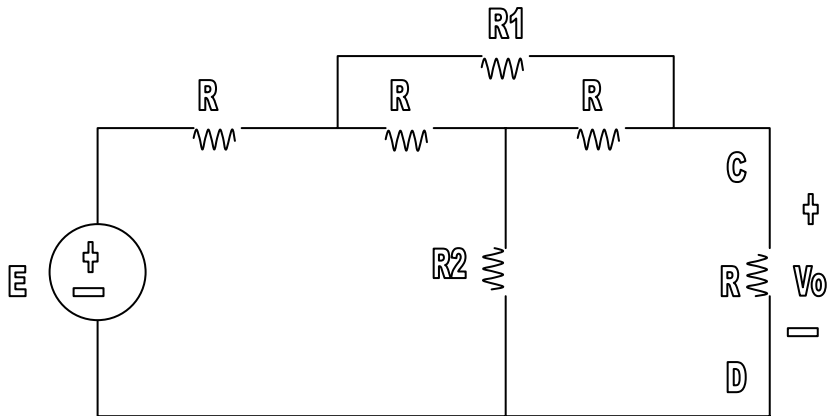
$$i_2 = 1/(2+ 4/3 + R_2) \quad i_1 = 1/(7/3 + R_2) \quad i_1 \rightarrow 1/(7/3+ R_2) = 1/3 \rightarrow R_2 = 2/3$$

از آنجا که مقدار معینی برای  $i_1$  در نظر گرفته نشده لذا  $R_1$  هر مقداری را می تواند داشته باشد

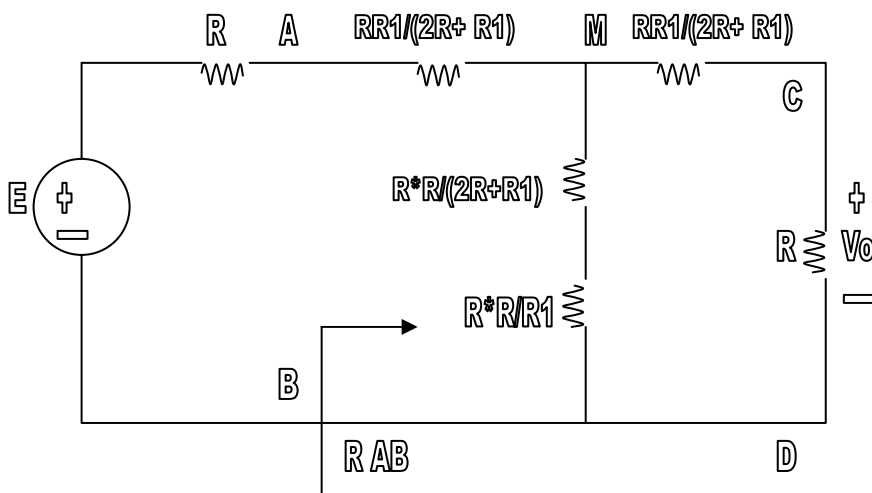
۱۰۳-

الف- اگر  $R_1 R_2 = R * R$  انگاه نشان دهید مقاومت سمت راست دوسر  $A, B$  برابر  $R$  بوده و  $V_0 = 1/2 [R/(R + R_1)] E$

ب- مدار معادل تونن سمت چپ نقاط  $C, D$  چیست



حل: الف- با استفاده از تبدیل مثلث به ستاره و با توجه به اینکه  $R_1 R_2 = R * R$  داریم :



$$R_{AB} = \frac{R R_1}{2R + R_1} + \left[ \frac{R * R}{2R + R_1} + \frac{R * R}{R_1} \right] \parallel \left[ R + \frac{R R_1}{2R + R_1} \right]$$

$$= \frac{R R_1}{2R + R_1} + \left[ \frac{2R R_1 R * R + 2R * R}{R_1 (2R + R_1)} \right] \parallel \left[ \frac{2R R_1 + 2R * R}{2R + R_1} \right]$$

$$= \frac{R R_1}{2R + R_1} + \frac{2R * R}{2R + R_1} = \frac{R(2R + R_1)}{2R + R_1} = R$$

در ادامه با استفاده از قانون تقسیم ولتاژ خواهیم داشت :

$$E_{AB} = \frac{R_{AB}}{R + R_{AB}} E = \frac{R}{R + R} E = \frac{E}{2}$$

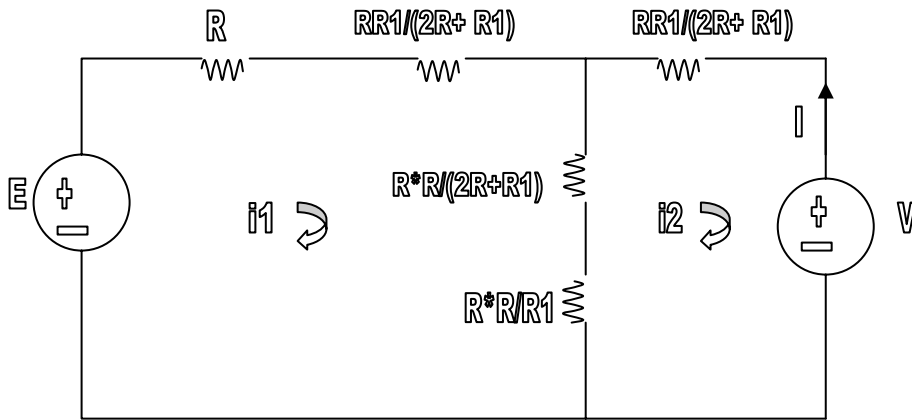
$$E_{MB} = \frac{R_{MB}}{R_{AM} + R_{MB}} E_{AB} =$$

$$= \left[ \frac{2R * R}{2R + R_1} \right] / \left[ \frac{R R_1}{2R + R_1} + \frac{2R * R}{2R + R_1} \right] \frac{E}{2} = \frac{R}{2R + R_1} E$$

$$V_0 = \frac{R_{CD}}{R_{MC} + R_{CD}} E_{MB} =$$

$$= \frac{R}{\left[ \frac{R R_1}{2R + R_1} \right] + R} * \left[ \frac{R}{2R + R_1} E \right] = \frac{1}{2} \frac{R}{R + R_1} E$$

ب- بدین منظور منبع ولتاژ آزمایشی  $V$  را به دو سر  $C, D$  و به جای  $R$  وصل کرده و با استفاده از تحلیل مش جریان گذرنده از آن را محاسبه خواهیم کرد



$$1 \text{ مش برای Kvl} \rightarrow -E + [R + RR1/(2R + R1)]i1 + [R*R/(2R+R1) + R*R/R1](i1-i2) = 0$$

$$2 \text{ مش برای Kvl} \rightarrow [R*R/(2R + R1) + R*R/R1](i2-i1) + RR1/(2R + R1) i2 + V = 0$$

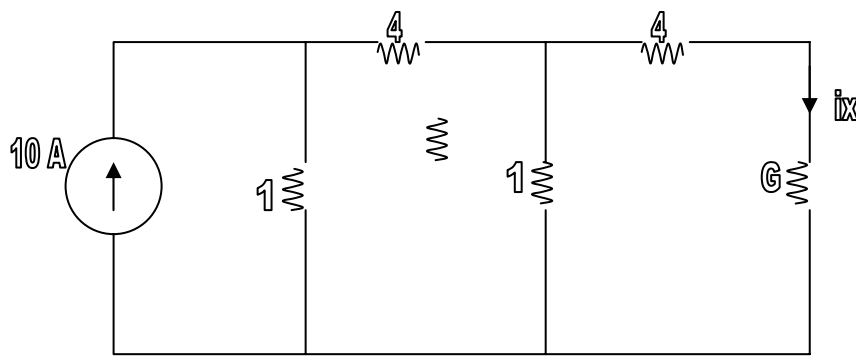
$$\{ [(2R*R*R + 4R*RR1 + 2RR1*R1) / (R(2R+R1))]i1 + R*R/R1 i2 = E$$

$$(2R*R*R + 2R*RR1) / (R1(2R+R1)) i1 - (2R*R*R + 2R*RR1 + RR1*R1) / (R1(2R+R1)) i2 = V \}$$

$$i2 = \frac{\begin{vmatrix} \frac{2R*R*R + 4R*RR1 + 2RR1*R1}{R1(2R + R1)} & E \\ \frac{2R*R*R + 2R*RR1}{R1(2R + R1)} & V \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{2R*R*R + 4R*RR1 + 2RR1*R1}{R1(2R + R1)} & -\frac{R*R}{R1} \\ \frac{2R*R*R + 2R*RR1}{R1(2R + R1)} & \frac{-2R*R*R + 2R*RR1}{R1(2R + R1)} \end{vmatrix}} = \frac{V}{R} - \frac{E}{R + R1}$$

$$\rightarrow V = RI + R / (R+R1) E \rightarrow R_{th} = R, e_{oc} = R / (R+R1) E$$

۱۰۴- اگر  $i_x = 5A$  باشد انگاه  $G = ?$  رسانایی ها بر حسب مهو هستند



حل : با توجه به شکل مدار داریم :

$$G_{bc} = H \frac{4G}{4+G} = \frac{4+5G}{4+G} \rightarrow$$

$$\rightarrow G_{ac} = \left[ \frac{4 * (4+5G)}{4+G} \right] / \left[ 4 + \frac{4+5G}{4+G} \right] = \frac{16+20G}{20+9G}$$

حال بنا بر قاعده تقسیم جریان می توان نوشت :

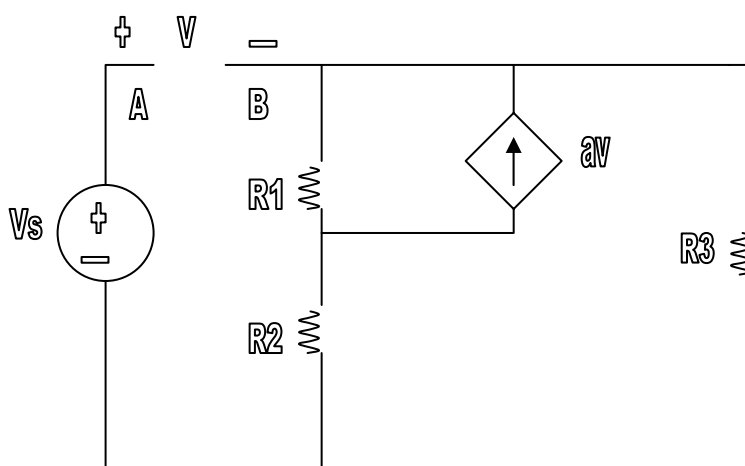
$$i = \left[ \frac{16+20G}{20+9G} \right] / \left[ 1 + \frac{16+20G}{20+9G} \right] 10 =$$

$$\rightarrow = \frac{16+20G}{36+29G} 10$$

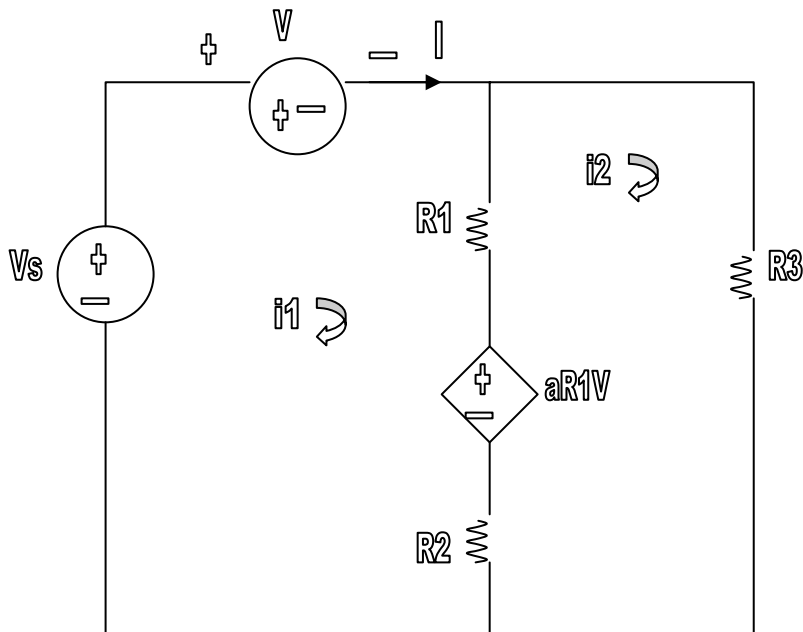
$$i_x = \left[ \frac{4G}{4+G} \right] / \left[ 1 + \frac{4G}{4+G} \right] * I = \left[ \frac{4G}{4+5G} \right] * \left[ \frac{16+20G}{36+29G} \right] * 10$$

$$i_x = 5 \rightarrow \left[ \frac{4G}{4+G} \right] * \left[ \frac{16+20G}{36+29G} \right] = \frac{1}{2} \rightarrow G = 12 \text{ (مهو)}$$

۱۰۵- معادله تونن نرتن دو سر A , B را تعیین کنید



حل: بدین منظور منبع ولتاژ آزمایشی  $V$  را به دو سر  $A, B$  وصل کرده و با بکار بردن تبدیل تونن به نرتن و با استفاده از روش تحلیل مش جریان شاخه  $AB$  را بدست خواهیم آورد



$$v = V, I = i1$$

$$1 \text{ مش برای kvl} \rightarrow -V_s + V + R_1(i_1 - i_2) + aR_1V + R_2(i_1 - i_2) = 0$$

$$2 \text{ مش برای kvl} \rightarrow R_2(i_2 - i_1) - aR_1V + R_1(i_2 - i_1) + R_3i_2 = 0$$

$$\rightarrow \{ (R_1 + R_2) i_1 - (R_1 - R_2) i_2 = V_s - (1 + aR_1) V$$

$$-(R_1 + R_2) i_1 + (R_1 + R_2 + R_3) i_2 = aR_1V \}$$

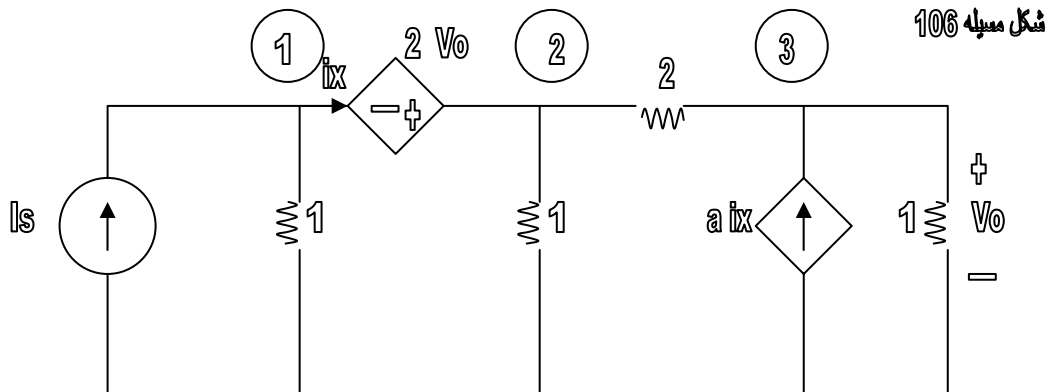
$R_1 R_3$   
 $R_1 R_3$   
 $R_1 R_3$

$$\rightarrow I = i_1 = \frac{\begin{vmatrix} V_s - (1 + a R_1) & - (R_1 + R_2) \\ a R_1 V & \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + R_2 & - (R_1 + R_2) \\ - (R_1 + R_2) & \end{vmatrix}}$$

$$\frac{(R_1 + R_2 + R_3) V_s - (R_1 + R_2 + R_3 + a R_1 R_3) V}{(R_1 + R_2) R_3}$$

$$\rightarrow V = \frac{(R_1 + R_2) R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + a R_1 R_3} V_s$$

$$\rightarrow R_{th} = \frac{(R_1 + R_2) R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + a R_1 R_3} \quad e_{OC} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + a R_1 R_3} V_s$$



۱۰۶-  $V_0$  را به ازای بدست آورید  
 اگر  $a=1$  شود آیا می توان  $V_0$  را حساب کرد

حل : با استفاده از روش تحلیل گره داریم :

$$i_x = I_s - e_1/1, \quad V_0 = e_3, \quad e_2 - e_1 = 2V_0 = 2e_3 \rightarrow e_1 - e_2 + 2e_3 = 0$$

$$\text{برای گره ۳ kvl} \rightarrow (e_3 - e_2) / 2 + a(I_s - e_1) + e_3/1 = 0 \rightarrow 2ae_1 - e_2 + 3e_3 = 2aI_s$$

$$\text{برای گره ۱ Kcl} \rightarrow I_s + e_1/1 + e_2/1 + (e_2 - e_3) / 2 = 0$$

$$\rightarrow 2e_1 + 3e_2 - e_3 = 2I_s$$

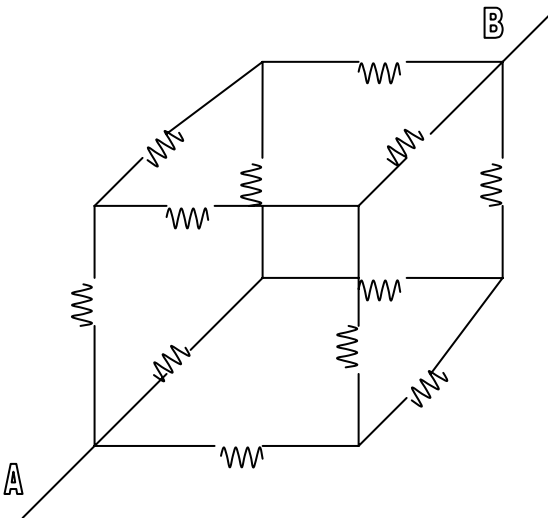
$$\rightarrow V_0 \equiv e_3 \equiv \begin{array}{c|ccc} 1 & -1 & 0 \\ 2a & -1 & 2aI_s \\ 2 & 3 & 2I_s \end{array}$$


---

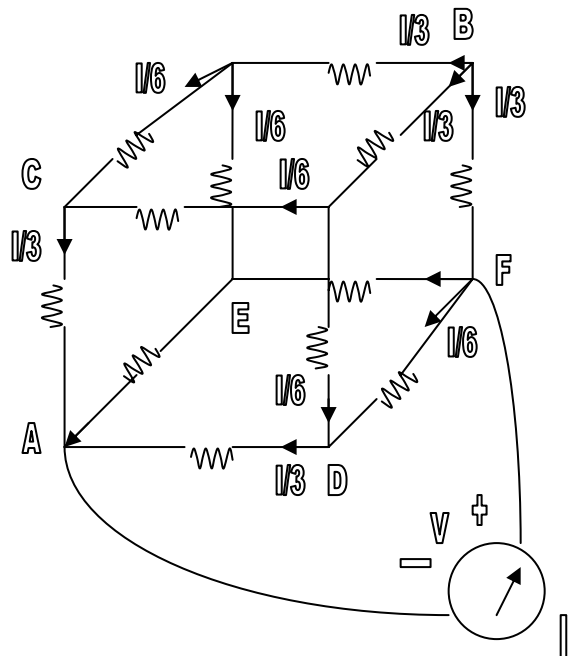

$$\begin{array}{c|ccc} 1 & -1 & 2 \\ 2a & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \end{array}$$

اگر  $a=1$  باشد واضح است که  $V_0$  نامعین شده و نمی توان آن را حساب کرد

۱۰۷- مقاومت معادل دو سر  $A, B$  را تعیین کنید. (مقاومت هر یال برابر  $R$  است)



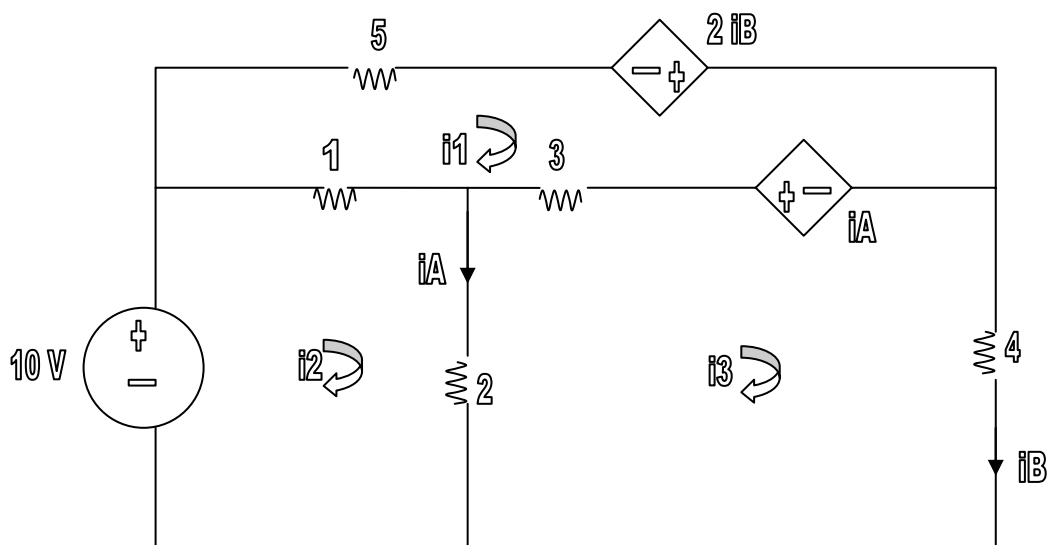
حل : بدین منظور منبع جریان از مایشی I را به دو سر A , B وصل کرده و با توجه به تقارن مدار جریان شاخه ها را تعیین خواهیم کرد



با نوشتن معادله  $\sum v_i$  در حلقه ABFEA داریم :

$$-V + I/3 R + I/6 R + I/3 R = 0 \rightarrow V = 5/6 IR \rightarrow R_{eq} = V / I = 5/6 R$$

۱۰۸- مدار شکل مسیله ۱۰۸ را به روش مش تحلیل کنید و  $i_a$  ,  $i_b$  را بدست آورید



حل : با توجه به شکل مسئله داریم :

$$i_A = i_2 - i_3, \quad i_B = i_3$$

$$1 \text{ مش برای kvl} \rightarrow 5 i_1 - 2(i_3) - (i_2 - i_3) + 3(i_1 - i_2) + (i_1 - i_2) = 0$$

$$2 \text{ مش برای kvl} \rightarrow -10 + (i_2 - i_1) + 2(i_2 - i_3) = 0$$

$$3 \text{ مش برای kvl} \rightarrow 2(i_3 - i_2) + 3(i_3 - i_1) + (i_2 - i_3) + 4 i_3 = 0$$

$$\rightarrow \{ 9 i_1 - 2 i_2 - 4 i_3 = 0$$

$$- i_1 + 3 i_2 - 2 i_3 = 10$$

$$-3 i_1 - i_2 + 8 i_3 = 0 \}$$

$$\begin{vmatrix} 9 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & -2 \\ -3 & -1 & 8 \end{vmatrix} \equiv 130 \rightarrow i_2 \equiv \frac{1}{130} \begin{vmatrix} 9 & 0 & -4 \\ -1 & 10 & -2 \\ 3 & 0 & 8 \end{vmatrix} \equiv \frac{60}{13} \text{ A}$$

$$i_3 \equiv \frac{1}{130} \begin{vmatrix} 9 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 10 \\ -3 & -1 & 0 \end{vmatrix} \equiv \frac{15}{13} \text{ A}$$

$$\rightarrow i_A = i_2 - i_3 = \frac{60}{13} - \frac{15}{13} = \frac{45}{13} \text{ A}, \quad i_B = i_3 = \frac{15}{13} \text{ A}$$