

- مراجع:

- مفاهیم اساسی در مقاومت مصالح ۳، تألیف دکتر نووی، انتشارات دانشگاه تهران

- مقاومت کششی و الاستیسیته کاربردی، تألیف دکتر تباری، انتشارات دانشگاه سراسری

- ارزش های:

- پایان نامه: ۱۷ نفره

- تکالیف: ۳ نفره

فصل دوم:

بخش اول: مقدماتی بر سیمای تانسمی

۲-۱: آشنایی با سیمای تانسمی در مطالعه مکانیک محیط ها پیوسته، ریت فیزیکی در بیان ریاضی بصورت

تا سوره ها مورد مطالعه قرار می گیرند. نهایت تانسمی مستقل از دستگاه مختصات انتخابی می باشند. در قسمت

زیر به موفته های از این تانسمی ها اشاره می کنیم.

* کتاب استوارت: باب صرف طاقین (A) نمایش می دهند - تا سوره مرتبه همفر - کب مؤلف -

- مثال: زمانی که نقطه از جسم.

* کتاب برداری: به صورت A_i نمایش می دهند - تا سوره مرتبه باب - به مؤلف - مثال: بردار نیرو* تا سوره مرتبه دوم: به صورت A_i نمایش می دهند - تا سوره مرتبه دو - نه مؤلف دارد - مثال: تا سوره تنج یا

Subject :

Year . Month . Date . ()

- در مورد مفهوم خاصیت تانسورها تعداد زیرینوسها عندیکتاری مرتبه تانسور را مشخص می سازد .

* مرتبه تانسور $\rightarrow N$ در = تعداد بولفها تانسور

۲-۲. زیرینوسها خاصیت (تاری) و افعال قرار دایمندی در مورد آنها:

$$S = A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3 + \dots + A_n B_n = \sum_{i=1}^n A_i B_i = \sum_{j=1}^n A_j B_j$$

$$S = \sum_{i=1}^n A_i B_i \xrightarrow{\text{قرار دایمندی}} A_i B_i$$

مثال: هرگاه یک زیرینوس در یک عبارت یک بار تکرار شود زیرینوسها محسوب می شود و در مورد آن قرار دایمندی

(هدف عملیات) به شکل زیر (باب) انجام می شود.

- قرار دایمندی برای جمع صای دو خانه یا سه خانه و نیز به شکل زیر قابل استفاده است:

$$\phi = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij} A_i B_j \Rightarrow \alpha_{ij} A_i B_j$$

$$\psi = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \alpha_{ijk} A_i B_j C_k \Rightarrow \alpha_{ijk} A_i B_j C_k$$

- در این درس زیرینوسها خاصیت تقارن ۳ و ۲ و ۱ خواهند داشت.

$$\delta_{ij} = \delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33}$$

مثال:

۳-۲. زیرینوسهای آزاد

$$A'_1 = T_{11} A_1 + T_{12} A_2 + T_{13} A_3 = T_{1j} A_j$$

$$A'_2 = T_{21} A_1 + T_{22} A_2 + T_{23} A_3 = T_{2j} A_j \Rightarrow A'_i = T_{ij} A_j$$

$$A'_3 = T_{31} A_1 + T_{32} A_2 + T_{33} A_3 = T_{3j} A_j$$

- زیرینویس i در بالا زیرینویس j را دارد محسوب می شود زیرا در حرکت رابطه بالا تغییرات دارد.

مشاهده می شود چنانگونه که در بخش ۱.۲ اشاره شده، مقدار زیرینویسها یا غنایندگی مرتبه عبارت را مشخص می سازند.

$$B_j = T_{ji} A_i \rightarrow \text{این عبارت غلط است}$$

تایید مرتبه
بار زیرینویس i را دارد
بار زیرینویس j را دارد

$$C_i = A_i + B_i$$

مثال: رابطه زیر را ساده دهد؟

$$i=1 \rightarrow C_1 = A_1 + B_1$$

$$i=2 \rightarrow C_2 = A_2 + B_2$$

$$i=3 \rightarrow C_3 = A_3 + B_3$$

زیرینویس i را دارد

$$\text{مثال: به عبارت } \phi = T_{ij} A_i B_j \text{ را بنویسید؟}$$

مشاهده می شود هم زیرینویس i و هم زیرینویس j ظاهر می شوند و در مورد هر کدام از آنها قرار دار جمع بندی اعمال شود. ابتدا بسط را بسط بدهیم و سپس نسبت به j جمع بگیریم زیرا اینجا می دهیم باید توجه شود که عبارت فوق نیز تایید مرتبه می نماید که است. است که ما می بینیم.

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$\phi = T_{1j} A_1 B_j + T_{2j} A_2 B_j + T_{3j} A_3 B_j$$

$$\phi = T_{11} A_1 B_1 + T_{12} A_1 B_2 + T_{13} A_1 B_3 + T_{21} A_2 B_1 + T_{22} A_2 B_2 + T_{23} A_2 B_3 + T_{31} A_3 B_1 + T_{32} A_3 B_2 + T_{33} A_3 B_3$$

۲-۳ دلتای کرافت:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad \text{یا} \quad \delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

دلتای کرافت را اینطور جا بیزنی گویند: هرگاه اگر در عبارتی ضرب شودیم بب زیرینوس مشخص
آن دارد، زیرینوس دیگر در دلتای کرافت جا بیزنی زیرینوس دیگری در آن عبارت می شود.

$$\delta_{ij} A_j = A_i$$

$$\delta_{is} A_{sj} = A_{ij}$$

$$\delta_{ij} A_j = ? \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} i=1 &\Rightarrow \delta_{1j} A_j = \delta_{11} A_1 + \delta_{12} A_2 + \delta_{13} A_3 = A_1 \\ i=2 &\Rightarrow \delta_{2j} A_j = \delta_{21} A_1 + \delta_{22} A_2 + \delta_{23} A_3 = A_2 \\ i=3 &\Rightarrow \delta_{3j} A_j = \delta_{31} A_1 + \delta_{32} A_2 + \delta_{33} A_3 = A_3 \end{aligned}$$

تراستاده کانفور

$$A_{ij} = A_{ji}$$

کانفور متقارن

۲-۵ متقارن در کانفورها: $\Rightarrow A_i$

$$A_{ij} = -A_{ji} \quad \text{کانفور متقارن}$$

تایمور یادمسقاں هتا هتا هم املش هفاسن .

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & A_{12} & A_{13} \\ -A_{12} & 0 & A_{23} \\ -A_{13} & -A_{23} & 0 \end{pmatrix} \quad \text{یادمسقاں}$$

قضیه: خودتایمور مرتبه دو را می توان بصورت یک تایمور مسقاں و یادمسقاں به شکل زیر ارائه نمود:

$$A_{ij} = \underbrace{\frac{A_{ij} + A_{ji}}{2}}_{\text{مسقاں}} + \underbrace{\frac{A_{ij} - A_{ji}}{2}}_{\text{یادمسقاں}}$$

مثال: تایمور زیر را به دو بخش مسقاں و یادمسقاں تجزیه کنید؟

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

ترانژاده: $A_{ji} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & -5 & 2 \end{pmatrix}$

$$A_{ij} = \frac{A_{ij} + A_{ji}}{2} + \frac{A_{ij} - A_{ji}}{2} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2.5 \\ 1 & 1 & -2.5 \\ 2.5 & -2.5 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2.5 \\ 1 & 0 & -2.5 \\ -2.5 & 2.5 & 0 \end{pmatrix}$$

۴-۲: انتقال (تبدیل) تایمورها در دو دستگاه محققات

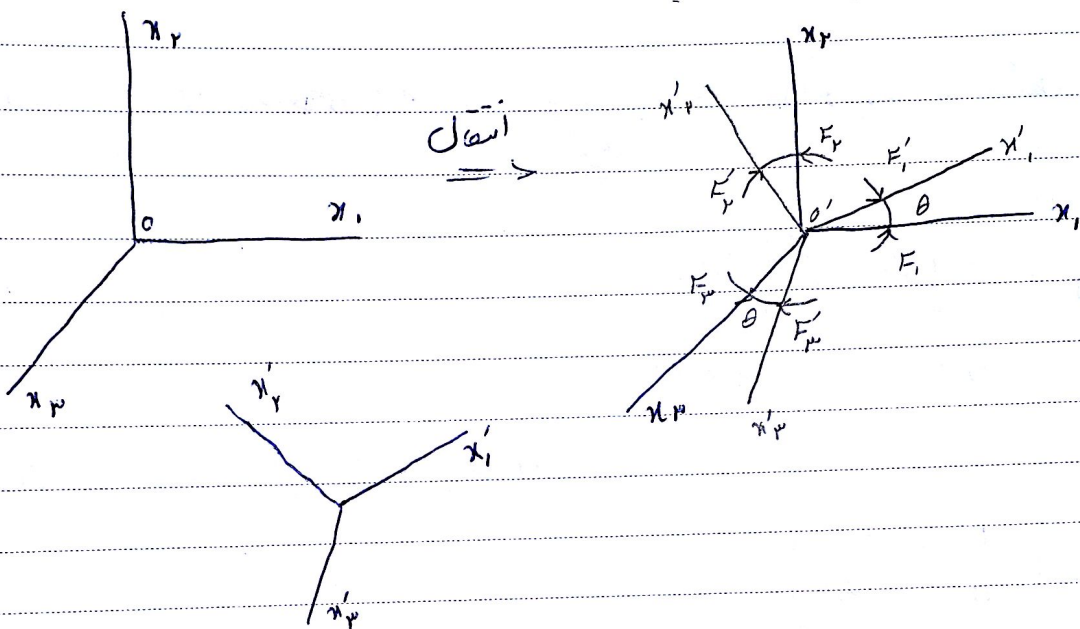
کمیت تایموری در صورتیکه نسبت به دو دستگاه محققات متفاوت (صمیم و جدید) در نظر گرفته شوند دارای مولفه های متفاوتی خواهند بود. در این بخش من خواهم بین این مولفه ها ارتباط برقرار کنم. البته تایمورها را مرتبه دوم

Subject :

Year . Month . Date . ()

با تغییرات اشیاء تغییر نمی یابند ولی با نور حال در یک حال با بقیه حالتها متفاوت است و ... به شکل زیر

در دستگاه جدید قابل محاسب می باشند.



مؤلفه ها در دستگاه قدیم : (F_1, F_2, F_3)
مؤلفه ها در جدید : (F'_1, F'_2, F'_3)

ماتریس تبدیل (T_{ij}) :

کسینوس زوایای x'_1 به ترتیب x_1, x_2, x_3 $\Leftarrow (T_{11}, T_{12}, T_{13})$

" " " " x'_2 " " $\Leftarrow (T_{21}, T_{22}, T_{23})$

" " " " x'_3 " " $\Leftarrow (T_{31}, T_{32}, T_{33})$

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix}$$

ماتریس تبدیل

$$F'_i = T_{ij} F_j$$

ماتریس تبدیل T_{ij} مولفه‌های قدیم F_j مولفه‌های جدید F'_i

انتقال دینامیک در (شکل دینامیک) :
 عبارت ترانزفر است، توان نیست.

$$K'_{ij} = T_{ik} T_{jl} K_{kl} \Rightarrow K' = T \cdot K \cdot T$$

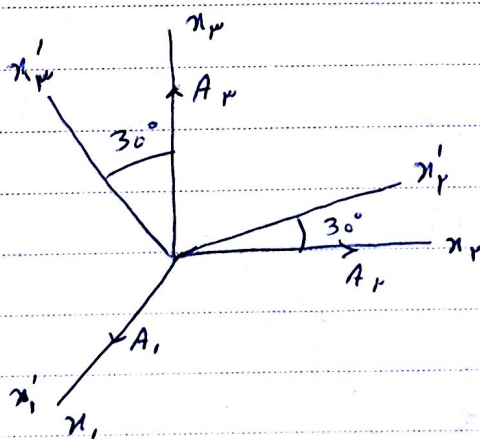
ماتریس تبدیل T_{ij} مولفه‌های قدیم K_{kl} مولفه‌های جدید K'_{ij}

$$K'_{ij} = T_{ki} T_{lj} K_{kl}$$

ماتریس تبدیل T_{ij} مولفه‌های قدیم K_{kl} مولفه‌های جدید K'_{ij}

مثال: مولفه‌های بردار موقعیت A در دستگاه اولیه $A = (2, 2, 2)$ می باشد. اگر دستگاه مختصات جدید

ایجاد کنیم به طوری که این دستگاه از دوران محور x به اندازه 30° حول خودش بچرخد شود مولفه‌های بردار



A را در دستگاه جدید به دست آوریم.

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad A(2, 2, 2)$$

$$A'_i = T_{ij} A_j$$

به وسیله ماتریس تبدیل T_{ij}

Subject:

Year:

Month:

Date:

$$\cos(0) = 1$$

$$\cos 90 = 0$$

$$\cos 90 = 0$$

$\cos 30$

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

$\cos 40$

$$\Rightarrow A'_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \\ 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2} = \sqrt{A'_1{}^2 + A'_2{}^2 + A'_3{}^2} = \sqrt{13}$$

انرژی: هر چند چگونگی مشاهده شد مطلقاً نیست تا نسبی (در اینجا بردار وضعیت) در دو نگاه

متفاوت است اما اندازه در حالت نسبی تا نسبی تغییر نمی‌یابد

بخش دوم: تنش در یک جسم تسلیم

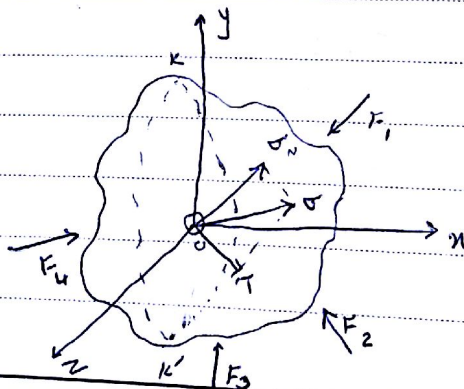
۷-۲: مفهوم تنش: اگر جسم در حال تعادل تحت نیروی وارده باشیم، انرژی برش KK' و سطح برش δA

را در نظر بگیریم. طبیعتاً پس از برش هر دو بخش برش یافته در حال تعادل نخواهند بود. بدین منظور نیروی

ما بین دو بخش باید تعادل شوند. اگر فرض کنیم بر روی سطح برشی δA نیروی δF رد و بدل شود، خواهیم

داشت:

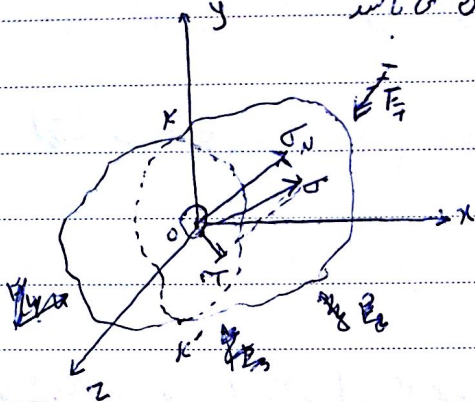
$$\sigma = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F}{\delta A}$$



P4PCO

بردار σ را به سطح δA انتقال می دهیم، می توانیم در مولفه قائم یا δ_N و مولفه برشی

تجزیه نموده δ_N در راستای خط عمود بر سطح δA می باشد

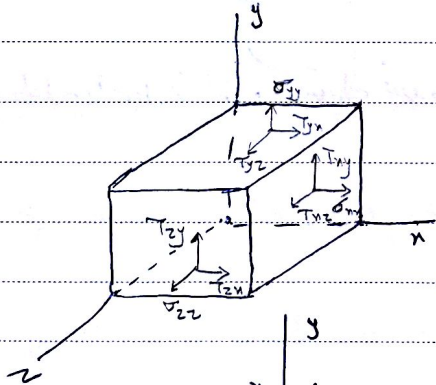


اگر می دانیم که در عنصر تنش در یک نقطه یک نیرو مرتبه دوم با δ مولفه در نظر گرفته می شود، بجز برای

در نقطه یک خطه حجمی کوچک ($dV = dx dy dz$) در نظر گرفته می شود و بردار حرکت از مقطع جهتی جایی

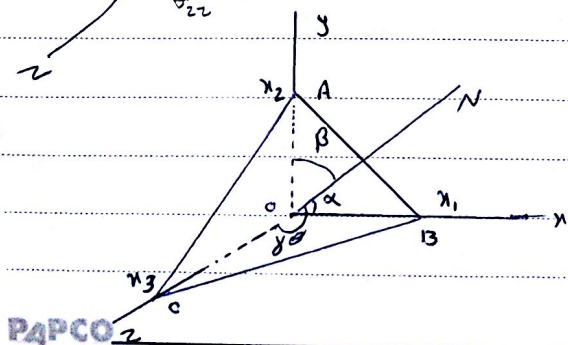
آن سطح تعریف می شود. بردار تنش انتقال می یابد، سپس این بردار تنش با یک مولفه عمودی و دو مولفه برشی

تجزیه می شود که در شکل زیر مولفه حال آن مشاهده می شود



تنش در یک نقطه (مستقر)

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$



۱-۲: کسینوسهای جهت و بردار قائم بر سطح اینجاست:

$$\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$$

$\vec{n}$: بردار یک در راستای σ_N

Year.

Month.

Date. ()

$$\eta_1 = \cos \alpha$$

$$n_2 = \cos \beta$$

$$1. n_3 = 658$$

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1$$

$$n_1 \cdot (ABC \text{ سب }) = AOC \text{ سب}$$

۱- اقسام و مسائل

$$M_2(ABC_{\text{free}}) = \text{Boc}_{\text{free}}$$
$$n_3 \cdot (ABC \text{ خط }) = AOB \text{ خط}$$

۲.۹. نقش را بدو صفحه ABC برابر S در نظر می‌گیریم. راستای ON عمود بر این

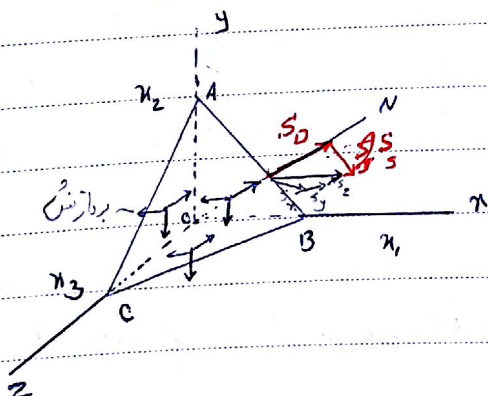
کشفی میں ہے۔ ہزار ۵۰۰ رامہوان بہ دو دستہ مؤلفہ تجزیہ نمود۔ دستہ اول مؤلفہ عاتق برہمنی و مؤلفہ

در دو صفی (S_0, S_1) دو دسته دوم مولفه ها همان مولفه ها در سه راستای محورهای مختصات می باشد.

$$(s_x, s_y, s_z)$$

بدون سه سطح جانبی AOB و AOC و BOC که هر دو در یک صفحه قرار دارند و در یک خط مستقیم قرار دارند.

مؤلف صاحب اعلیٰ شہداء، اہل تقابل اندوہا را در دست راستی محقق بنو سہم، رواۃ زیر عمل مرئوس.



روابط تعادل :

$$CF_x = 0 \rightarrow S_x = n_1 \delta_{xx} + n_2 T_{xy} + n_3 T_{xz}$$

$$S_y = n_1 T_{yx} + n_2 \delta_{yy} + n_3 T_{yz} \quad (1)$$

$$S_z = n_1 T_{zx} + n_2 T_{zy} + n_3 \delta_{zz}$$

تعیین : با نوشتن جمع نیروها در سه راستای x, y, z به ترتیب روابط بالا را بدست آورید :

$$\delta = \frac{F}{A}$$

$$S^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2$$

در محورها است.

$$S_D = \vec{n} \cdot \vec{S} = (n_1, n_2, n_3) \cdot (S_x, S_y, S_z) = n_1 S_x + n_2 S_y + n_3 S_z \quad (2) \quad \text{روابط محورها}$$

بردار

$$S_s^2 = S^2 - S_D^2 \quad (4) \quad \text{مولفه برش}$$

نکته : اگر در رابطه (3) S_x, S_y, S_z را با توجه به رابطه (1) جایگزین کنیم بعد از ساده سازی رابطه

زیر حاصل می شود که در این رابطه در صورت شش عدد به پنج مورد نظر به مولفه های تنش و تنش اشیاع داریم.

$$S_D = n_1^2 \delta_{xx} + n_2^2 \delta_{yy} + n_3^2 \delta_{zz} + 2(n_1 n_2 T_{xy} + n_2 n_3 T_{yz} + n_1 n_3 T_{xz}) \quad (5)$$

این رابطه منطبق با ABC طوری انتخاب شود که بردار S خود در راستای ON قرار گیرد به عبارت دیگر S و

S_D به هم منطبق گردند و S صفر گردد. در این حالت تنش اصلی می باشد. راستای

ON راستای اصلی و اینجه ABC صفاً اصلی است. نسبت می تواند در تقصایم بعد در دو محور به هم

Subject:

Year:

Month:

Date:

()

با ویژگی های فوق وجود دارند به مقدار تنش ها اهل عمود بر این جهت را به شکل زیر بدست می آوریم

$$S = S_D = \delta \quad , \quad S_S = 0 \quad \text{تنش ها اهل} \Rightarrow$$

$$S_x = n_1 S = n_1 \delta$$

$$S_y = n_2 S = n_2 \delta \quad (6)$$

$$S_z = n_3 S = n_3 \delta$$

با پذیرای رابطه (۶) در رابطه (۱) و ساده سازی خواهیم داشت.

$$(\delta_{xx} - \delta) n_1 + T_{xy} n_2 + T_{xz} n_3 = 0$$

$$T_{yx} n_1 + (\delta_{yy} - \delta) n_2 + T_{yz} n_3 = 0 \quad (7)$$

$$T_{zx} n_1 + T_{zy} n_2 + (\delta_{zz} - \delta) n_3 = 0$$

رابطه (۷) را به شکل یک دستگاه ۳ معادله ۳ مجهول بر حسب تغییرات n_1, n_2, n_3 می دهند

بدیهی است که دستگاه فوق در صورتی پاسخ غیر صفر دارد که دترمینان ضرایب آن برابر

$$\begin{vmatrix} (\delta_{xx} - \delta) & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & (\delta_{yy} - \delta) & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & (\delta_{zz} - \delta) \end{vmatrix} = 0$$

صفر باشد :

با استفاده از دترمینان فوق یک معادله درجه ۳ بر حسب δ حاصل می شود که با حل آن سه پاسخ برای δ می

Subject:

Year:

Month:

Date:

()

(۷)

$\delta_1, \delta_2, \delta_3$ یا تنشهای اصلی در آئیند این مقدار مشخصه شکل زیرین باشد که در آن ضرایب

درجه دوم است

یا تنشهای مشخصه است

$$\sigma = \underbrace{\delta_1^2 (\delta_1 + \delta_2 + \delta_3)}_{J_1} - \underbrace{\delta (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 - \delta_1 \delta_2 - \delta_2 \delta_3 - \delta_3 \delta_1)}_{J_2}$$

$$- (\delta_1 \delta_2 \delta_3 + 2 \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \delta_1 \tau_{yz}^2 - \delta_2 \tau_{zx}^2 - \delta_3 \tau_{xy}^2) = 0 \quad (1)$$

روابط بالا را می توان به صورت زیر بیان کرد در آن فرض J_1, J_2, J_3 را به تنهایی به صورت مشخصه

به صورتی که مقدار آنها تحت هر شرایط و دوران ثابت است

$$\sigma^3 - J_1 \sigma^2 - J_2 \sigma - J_3 = 0 \quad (2)$$

پس مقدار تنشهای اصلی با حل رابطه (۲) بدست می آید یا به حدش اصلی یک محبت اصلی مربوط می باشد

که باید بایست شود، برای این منظور حدیب از تنشهای اصلی را در دو رابطه از مجموع روابط (۷) قرار داده و جدا

رابطه می نویسد $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1$ به دستگاه سه معادله سه مجهول برای n_1, n_2, n_3 بدست می آوریم که با حل آن

بدان در نتیجه مربوط به آن تنش اصلی (n_1, n_2, n_3) بدست می آید.

مثال: در نقطه P از یک جسم تحت تاثیر نیروهای خارجی به صورت تنش σ_{ij} شکل زیر ارائه شده است، تنشهای اصلی را

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & \sqrt{3} \\ -3 & 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 4 \end{pmatrix}$$

بدست آورید؟

$$\begin{vmatrix} 1-\sigma & -3 & \sqrt{3} \\ -3 & 1-\sigma & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 4-\sigma \end{vmatrix} = 0$$

در صورتی

$$\begin{cases} \sigma^3 - J_1 \sigma^2 - J_2 \sigma - J_3 = 0 \\ J_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 1 + 1 + 4 = 6 \\ J_2 = \dots = 14 \\ J_3 = \dots = -24 \end{cases}$$

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ()

$$\sigma^3 - 4\sigma^2 - 12\sigma + 24 = 0 \rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = 4 \\ \sigma_2 = 2 \\ \sigma_3 = -2 \end{cases}$$

شکل: تابش نور تنش در یک نقطه از جسم بصورت زیر ارائه شده است، مطلوب است بردار تنش بر روی صفحه ای

با مختصات $F: 2x + 2y - z - 7 = 0$ به از این نقطه می نوزد؟

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -8 \\ 0 & -12 & 1 \end{pmatrix} \quad ? \quad \vec{S} = (s_x, s_y, s_z) ?$$

$$\Delta = \frac{\partial F}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial F}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial F}{\partial z} \hat{k}$$

از رابطه (۱) $\rightarrow S_x = n_1 \sigma_{xx} + n_2 \tau_{xy} + n_3 \tau_{xz}$

$$S_y = n_1 \tau_{yx} + n_2 \sigma_{yy} + n_3 \tau_{yz}$$

$$S_z = n_1 \tau_{zx} + n_2 \tau_{zy} + n_3 \sigma_{zz}$$

بردار تنش $\vec{N} = \frac{\nabla F}{|\nabla F|} = \frac{2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1}} = \frac{2}{3}\hat{i} + \frac{2}{3}\hat{j} - \frac{1}{3}\hat{k}$

$$\vec{N} = (n_1, n_2, n_3)$$

$$\rightarrow S_x = \frac{2}{3}(5) + \frac{2}{3}(0) - \frac{1}{3}(0) = \frac{10}{3}$$

$$S_y = \frac{2}{3}(0) + \frac{2}{3}(-4) - \frac{1}{3}(-12) = 0 \Rightarrow \vec{S} = \left(\frac{10}{3}, 0, -\frac{25}{3} \right) \text{ ksi}$$

$$S_z = \frac{2}{3}(0) + \frac{2}{3}(-12) - \frac{1}{3}(1) = -\frac{25}{3}$$

۲-۱۰. تجربه تابش نور تنش و

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^1 + \frac{1}{3} \sigma_{kk}^1$$

تولف حیدر و استادی (بروی) / کشر عارفه (بروی)

این تجربه در تئوری پلاستیسیته مصداق است، زیرا نشان داده می شود که تا نور تنش حیدرواستاتیک نقشی در

تسلیم ماده ندارد و عامل تسلیم مولفه های مجنس انحرافی تا نور می باشد.

به منظور آشنایی با تجربه تا نور تنش به مجنس های مذکور به سوال زیر توجه می نمایم:

سوال: مجنس حیدرواستاتیک و انحرافی تا نور تنش زیر را بدست آورید؟

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & \sqrt{3} \\ -3 & 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 3 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \sigma_{ij} = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$$

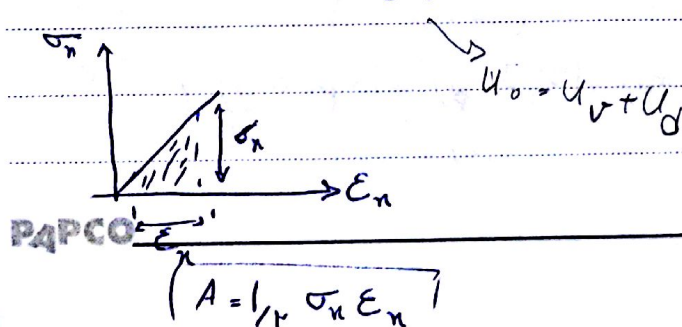
$$\text{مجنس حیدرواستاتیک: } \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} = \frac{1}{3} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{مجنس انحرافی: } \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \Rightarrow \sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & \sqrt{3} \\ -3 & 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 & \sqrt{3} \\ -3 & -1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$$

۲-۱۱: محالی اندرزی کرنش: محالی اندرزی کرنش برای یک جسم d با استفاده از اصل

جمع آثار از رابطه زیر بدست می آید (در مورد استی)

$$\text{محالی اندرزی کرنش: } u_0 = \frac{du}{d\epsilon} = \frac{1}{2} [\sigma_n \epsilon_n + \sigma_y \epsilon_y + \sigma_z \epsilon_z + \tau_{ny} \gamma_{ny} + \tau_{nz} \gamma_{nz} + \tau_{yz} \gamma_{yz}]$$



Year. Month. Date. ()

می‌توان در نشخوار بد به سبب تنشها طریقه‌ای نمود:

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

$$\mu_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

نمبر بیان می شود:

۴۸: صفای انرژی کونشیا به باعث تغییر در جسم می شود.

[illegible]

رابعه فوق در حسب ^ک اشخاص اصلی به شکل زیر خواهد بود:

PAPCO

در جغالی انرژی برشی را که باعث تغییر شکل می شود (u_d) را در نظر بگیریم و این مقدار را برای حالت

کشش تک محوره در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$u_d = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]$$

$$\left[\begin{array}{l} \sigma_1 \neq 0 \\ \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \end{array} \right] \Rightarrow u_d = \frac{\sigma_1^2}{4G}$$

کشش تک محوره

مقدار فوق را، اگر در رابطه تسلیم در نظر قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\sigma_1 = Y \Rightarrow \left\{ u_d = \frac{Y^2}{4G} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \text{برای کشش تک محوره} \\ \text{تا حد تسلیم} \end{array} \right.$$

۲-۱۲: معیار تسلیم انرژی فون ماینز (Van-mises):

طبق این معیار جغالی انرژی برشی که باعث تغییر شکل می شود (u_d) باید به مقدار مشخصی برسد تا

تسلیم رخ دهد. عبارت دیگر در هر حالت بارگذاری که کشش ساده و چرخش بارگذاری به قدری این مقدار ثابت

است.

کشش ساده یا کشش چرخشی $u_d = u_d$

$$\frac{Y^2}{4G} = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]$$

$$Y^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \quad \text{معیار انرژی}$$

۵
معیار در حالت دوم

۲-۱۳: معیار تسلیم سائنس و فنون

الحق این معیار نفس برسی مکتونیم عالم قیام و شروع حیات بلا تسید می باشد بجورین باید نفس برسی

سائزیم جی ب. نقد و کتاب (کا) برسد.

$\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$: با فرض

$$T_{\text{max}} = \frac{q_i - q_k}{r} = K \text{ (بافتتاح)} \rightarrow K \text{ (بافتتاح)} = ?$$

- برای محاسبه K از آزمایش کشش بهره استفاده می‌نماییم. در لحظه تسلیم داریم:

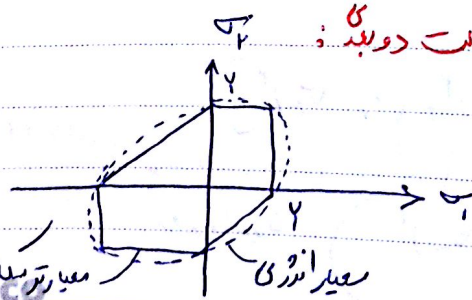
$$\sigma_1 = Y, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$\Rightarrow \gamma_{\text{max}} = \frac{Y_{\infty}}{p} = \frac{Y}{p} = K \Rightarrow K = \frac{Y}{p}$$

نفسِ قلمِ نرمان

بجایگذاری مقدار x در رابطه اصلی ضابطه معیار تبدیل به شکل زیر خواهد بود:

$$\left. \begin{aligned} T_{MCN} &= \frac{T_{\text{مستقر}} - T_{\text{بستری}}}{r} = K = \frac{Y}{r} \\ \text{و} \quad T_{\text{مستقر}} - T_{\text{بستری}} &= Y \end{aligned} \right\}$$

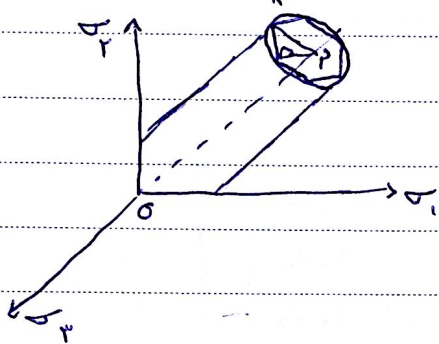


~~۴-۱۰-۲۰۲۳~~ یارا وریا: معیار جا در وسط دو بند:

ترسیم در حالت به بعدی:

حالتی که در شکل زیر مشاهده می شود معیارهای انرژی و تراکم در حالت به بعدی به ترتیب یک حجم استوار یا

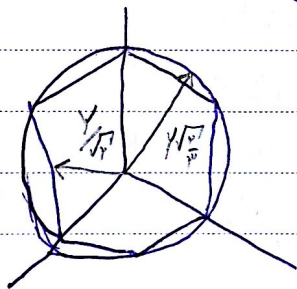
و یک حجم منشور با سطح قاعده ۶ و چهار ایجاد می کند محور مرکزی این اشیاء همسایه را اول قضا



می باشد.

در صفحه ۱۱ را صفحه عمود بر محور میانی استوار یا منشور معیارهای انرژی و تراکم در نظر می گیریم و

از روی این صفحه به این اشیاء نگاه کنیم شکل زیر حاصل می شود:



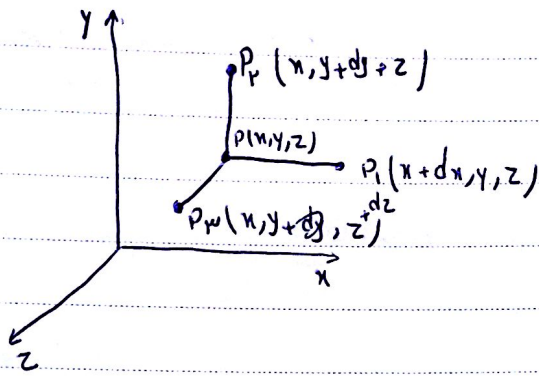
مضامین

بخش سوم: تغییر مکان، گردش و معادلات تعادل:

۲-۱. روابط تغییر مکان و گردش: نقطه P و به نقطه می بود آن را مطابق شکل زیر در نظر می گیریم.

که تشکیل یک چهارچوب می دهند. پس از بارگذاری و تغییر شکل این چهارچوب به موقعیت P_1 و P_2

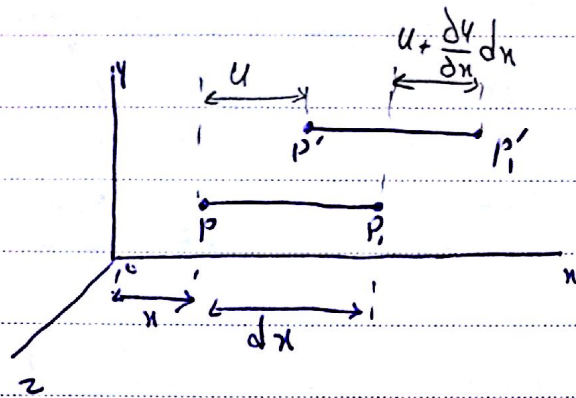
از P_1 و P_2 انتقال می یابیم. مختصات آنها قبل و بعد از تغییر شکل در جدول زیر ارائه شده است:



قبل از تغییر شکل		بعد از تغییر شکل	
P	x	P'	x+u
	y		y+v
	z		z+w
P ₁	x+dx	P' ₁	x+u+dx + $\frac{\partial u}{\partial x} dx$
	y		y+v + $\frac{\partial v}{\partial x} dx$
	z		z+w + $\frac{\partial w}{\partial x} dx$
P ₂	x	P' ₂	x+u + $\frac{\partial u}{\partial y} dy$
	y+dy		y+v + $\frac{\partial v}{\partial y} dy$
	z		z+w + $\frac{\partial w}{\partial y} dy$
P ₃	x	P' ₃	x+u + $\frac{\partial u}{\partial z} dz$
	y		y+v + $\frac{\partial v}{\partial z} dz$
	z+dz		z+w + $\frac{\partial w}{\partial z} dz$

می دانیم که تانسور تنش شامل 6 مؤلفه مستقل درشت می باشد و ۳ عدد از آنها از جنبه کوری (ریز) است.

($\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$) و سه عدد دیگر از جنبه برشی ($\epsilon_{xy}, \epsilon_{xz}, \epsilon_{yz}$) می باشند و در قسمت بعد به نحوه بدست آمدن آنها خواهیم پرداخت.



آوردن بی از این روش اشاره می کنیم.

محاسبه ϵ_x و (به عنوان نمونه):

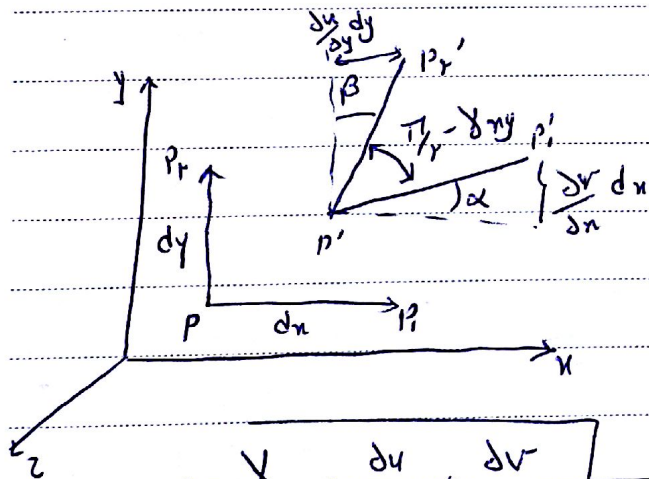
$$\epsilon_x = \frac{PP_1}{PP_1} \quad \begin{matrix} \text{تغییر طول} \\ \text{طول اولیه} \end{matrix}$$

$$\rightarrow \epsilon_x = \frac{\frac{du}{dx} dx}{dx} = \frac{du}{dx}$$

$$\text{تغییر طول} = u + \frac{du}{dx} dx - u = \frac{du}{dx} dx$$

$$\epsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \epsilon_y = \frac{dv}{dy}, \quad \epsilon_z = \frac{dw}{dz}$$

محاسبه γ_{xy} (به عنوان نمونه):



$$\gamma_{xy} = \alpha + \beta$$

$$\gamma_{xy} = \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy} = \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{dw}{dz} + \frac{dv}{dy}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{dw}{dz} + \frac{du}{dx}$$

مستطابق $\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ & & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}$ $\epsilon_{xy} = \frac{\gamma_{xy}}{2}$
 $\epsilon_{xz} = \frac{\gamma_{xz}}{2}$
 $\epsilon_{yz} = \frac{\gamma_{yz}}{2}$

نکته: اگر قرارداد زیر را در نظر بگیریم، ۴ رابطه مربوط به مؤلفه‌های تانسور تنش به فهم تانسور زیر خط صاف

می‌شود:

$\epsilon_{xx} = \epsilon_{11}$	$\epsilon_{xy} = \epsilon_{12}$	$u_1 = u$	$x_1 = x$
$\epsilon_{yx} = \epsilon_{21}$	$\epsilon_{xz} = \epsilon_{13}$	$u_2 = v$	$x_2 = y$
$\epsilon_{zz} = \epsilon_{33}$	$\epsilon_{yz} = \epsilon_{23}$	$u_3 = w$	$x_3 = z$

فهم تانسورهای رابطه تنش:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})$$

مثال ۱: $\epsilon_{xx} = ? \Rightarrow \epsilon_{xx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = \frac{\partial u}{\partial x}$

مثال ۲: $\epsilon_{xy} = ? \Rightarrow \epsilon_{12} = \epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$

۱۵-۲: روابط سازگاری تنش: ارتباط بین مؤلفه‌های تانسور تنش (بوجود مقیاس مشتقات آنها)

با دیدن می‌بایستند. در همتی به نحوه استخراج ۲ عدد از ۴ رابطه سازگاری در حالت تنش سه بعدی است.

می‌نیایم. و برای درست آوردن ۳ رابطه باقی مانده به فهم تانسور برای معادلات سازگاری ارائه خواهیم نمود بصورت زیر

با انتصاب مقادیر مناسب برای زیرینوسها در فرم تانسوری می توان تمام روابط سازگاری از جمله ۳ رابطه آهرد را

تدریجاً بدست آورد.

$$\epsilon_{xx} = \frac{\delta u}{\delta x} \xrightarrow[\text{مشتق}]{\text{دو بار نسبت به } y} \frac{\delta^2 \epsilon_{xx}}{\delta y^2} = \frac{\delta^3 u}{\delta y^2 \delta x}$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\delta v}{\delta y} \xrightarrow[\text{مشتق}]{\text{دو بار نسبت به } x} \frac{\delta^2 \epsilon_{yy}}{\delta x^2} = \frac{\delta^3 v}{\delta x^2 \delta y} \rightarrow (*)$$

$$\delta_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \xrightarrow[\text{مشتق}]{\text{یک بار به } x \text{ و یک بار به } y} \frac{\delta^2 \delta_{xy}}{\delta x \delta y} = \frac{\delta^3 u}{\delta y^2 \delta x} + \frac{\delta^3 v}{\delta x^2 \delta y} \quad (**)$$

$$\frac{\delta^2 \delta_{xy}}{\delta x \delta y} = \frac{\delta^2 \epsilon_{xx}}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \epsilon_{yy}}{\delta x^2} \quad \text{معادله سازگاری اول}$$

جایگذاری (*) در (**):

$$\frac{\delta^2 \delta_{xz}}{\delta x \delta z} = \frac{\delta^2 \epsilon_{xx}}{\delta z^2} + \frac{\delta^2 \epsilon_{zz}}{\delta x^2} \quad \text{رابطه دوم سازگاری}$$

* با جی روند مشابه:

$$\frac{\delta^2 \delta_{yz}}{\delta y \delta z} = \frac{\delta^2 \epsilon_{yy}}{\delta z^2} + \frac{\delta^2 \epsilon_{zz}}{\delta y^2} \quad \text{رابطه سوم سازگاری}$$

همانگونه که اشاره شد، برای بدست آوردن سه رابطه سازگاری کرنش باقی مانده فرم تانسوری را به شکل زیر

$$\epsilon_{\kappa\lambda\mu} + \epsilon_{\lambda\mu\kappa} = \epsilon_{\mu\kappa\lambda} + \epsilon_{\kappa\lambda\mu} \quad \text{ارائه می دهیم}$$

رابطه ۴ $\Rightarrow$ ۱۱ رابطه $\rightarrow$ تانسورهای مرتبه ۴
(در روابط سازگاری کرنش)

جدول زیرنویسها را مرتباً به فرم تانسوری

i	1	3	2	1	2	3
j	1	3	2	1	2	3
k	2	1	3	2	3	1
L	2	1	3	3	1	2

با جایزای جدید از سوشال جدول فوق در فرم تانسوری رابطه سازگاری کنش مربوطه بدست می آید.

به عنوان مثال در گزینش سوشال اول

$$i=1, j=1, k=2, L=2$$

$$\varepsilon_{11,22} + \varepsilon_{22,11} = \varepsilon_{12,12} + \varepsilon_{12,12} = 2\varepsilon_{12,12}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial x}$$

مدرین * برای مرتبه سوشالی ۲، ۳، ۴ را در فرم تانسوری رابطه سازگاری رابطه ۴ و ۵ بدست آوریم

نتیجه: برای اینکه میزان تغییر مکان ارائه شده (u, v, w) قابل قبول باشند باید هر ۴ رابطه سازگاری کنش برقرار باشند.

نکته ۲: تانسور کنش نیز در حالت تانسور کنش دارای درجه سازگاری و استاتیکی و استاتیکی می باشد.

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^s + \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}$$

بخش استاتیکی (برای) بخش استاتیکی (برای)

مثال: میدان تغییر مکان داده شده را به شکل زیر در نظر بگیرید. تانسور تنش اجزای آن را بدست آورید.

$$u = 4x - y + 3z$$

$$u_1 = 4x_1 - x_2 + 3x_3$$

$$v = x + 7y$$

$$u_2 = x_1 + 7x_2$$

$$w = -3x + 4y + 4z$$

$$u_3 = -3x_1 + 4x_2 + 4x_3$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = 4$$

ط: تانسور تنش:

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = 7$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 4$$

$$\Rightarrow \epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

تانسور تنش

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -1 + 1 = 0$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 3 - 3 = 0$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 + 4 = 4 \Rightarrow \epsilon_{yz} = \frac{\gamma_{yz}}{2} = 2$$

بخش انحراف:

$$\epsilon_{ij} = \hat{\epsilon}_{ij} + \frac{1}{3} \epsilon_{kk} \delta_{ij}$$

$$\hat{\epsilon}_{ij} = \epsilon_{ij} - \frac{1}{3} \epsilon_{kk} \delta_{ij}$$

$$\frac{1}{3} \epsilon_{kk} \delta_{ij} = \frac{1}{3} (\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33}) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

بخش تغییر دایره

$$\epsilon_{ij}^1 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

۱۴-۲. معادلات دیرانسیلی برقرار

حالتی که در آن یک روایه میدان را حاکم می‌کند (۷ و ۸) باید در روایه سازگی در نظر گرفته شود

کشتن میدان را تغییر مکان قابل قبول باشد، مولفه خاصی نیز باید در معادلات دیرانسیلی برقرار

همدق کشتن میدان آشی قابل قبول باشند

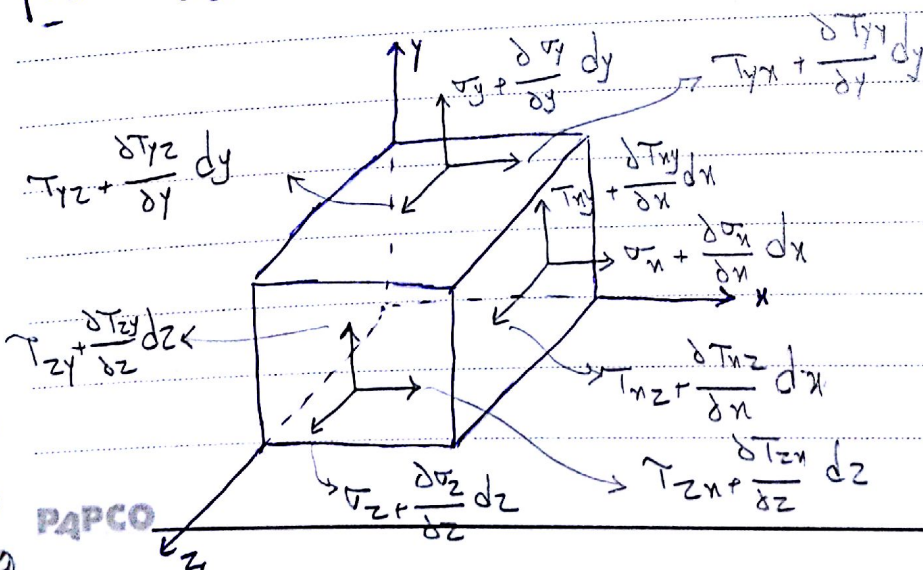
- برای بدست آوردن معادلات دیرانسیلی برقرار یک المان با حجم جزئی $dV = dx dy dz$

در نظر می‌گیریم. مولفه‌ها را به یک واحد حجم عمل کشته بدو این المان را به ترتیب p_x, p_y, p_z

در نظر می‌گیریم. در یک سطح جانبی این المان نیز مولفه‌ها را تا شعور تنش اعمال می‌شود، به صورت

در یک سطح مستقیماً سطح طبق قرارداد مولفه‌ها تا شعور تنش در نظر گرفته شده و بدو

سطوح مثبت مطابق شکل زیر تغییرات جزئی این مولفه‌ها را نیز اعمال می‌کنیم



- با نوشتن معادله نیروها در سه راستای مختلف رابطه دیفرانسیل معادله استیل نیز حاصل می شود:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y = 0$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + f_z = 0$$

$$f_x = \frac{F_x}{V} = \frac{F_x}{dx dy dz}$$

نیروی کالبدی در واحد حجم

- بدین : با نوشتن معادله نیروها در سه راستای مختلف معادله فوق را می آورید:

مثال: در میدان تنش ارائه شده صورت زیر نیروها کالبدی حجم (f_x, f_y, f_z) را محاسبه کنید

در سطح آورده معادلات دیفرانسیل معادله برقرار داشته این معادله را در نقطه ای

$$\sigma_x = 50x^3 + 2y \text{ psi}$$

$$\sigma_y = 40y^3 + 30z^3 \text{ psi}$$

$$\sigma_z = 40y^3 + 30z^3 \text{ psi}, \tau_{yz} = 0, \tau_{zx} = xz + 40xy^2 \text{ psi}$$

$$\tau_{xy} = 100z + 10xy^2 \text{ psi}$$

$$50x^3 + 140y + 3xz^2 + f_x = 0 \Rightarrow f_x = -150x^2 - 140y - 3xz^2$$

$$0 + 0 + 0 + f_y = 0 \Rightarrow f_y = 0$$

$$f_x|_{(2,2,1)} = -424 \frac{\text{طن}}{\text{in}^3}$$

$$f_y|_{(2,2,1)} = 0$$

$$z^3 + 10xy + 90z^2 + f_z = 0 \Rightarrow f_z = -z^3 - 10xy - 90z^2 \rightarrow f_z|_{(2,2,1)} = -411 \frac{\text{طن}}{\text{in}^3}$$

بخش چهارم: معادلات اساسی در آنالیز

۲۰۱۷ و روابط مورد نیاز در الحاقی و برای کنترل کامل ب مسئله در الحاقی با فرض معلوم بود. ن. کا. الب. کا.

باید سه مولف تهیه کنند (۱۱، ۱۲ و ۱۳) ۶ مولف مستقل، تاسنور کش (ع) و ۶ مولف مستقل

تفاوت در روش (۵) باید مشخص شود. بنابراین مجموعاً ۱۵ محصل و ۳ مورد فواید راست نه برای اصل

آٹھ: ۱۵ رابطہ بین این مجموعہات الصبیحہ داریم بتانوں: ۹ رابطہ از رواج مسودہ نیاز ہے نقل نہیں

امثلة ٢ مفردية .

u, v, w

$\left\{ \begin{array}{l} z_1 \leftarrow 4 \text{ مفرد} \\ z_2 \leftarrow 4 \text{ مفرد} \end{array} \right. \Rightarrow 15 \text{ مفرد}$

$$\epsilon_n = \frac{\partial u}{\partial n}$$

۴۰۰ ر.م. ۱۱ نفرش در مس. ص. ب. م. ب.

$$\epsilon_y = \frac{\delta r}{\delta y}$$

$$\epsilon_z = \frac{\delta w}{\delta z}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\delta xz = \frac{\delta u}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta x}$$

$$y_{yz} = \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

میزان-تفاوتی: $\frac{1}{r}(\mu_{i,j} - \mu_{j,i})$ ع

$$\frac{\delta \sigma_{xx}}{\delta n} + \frac{\delta \sigma_{yy}}{\delta y} + \frac{\delta \sigma_{zz}}{\delta z} + f_n = 0$$

* سه رابطه دیفرانسیل تعادل:

مثلاً برای تبدیل دستگاه ۱۵ به ۱۶ مجهول به ۲ رابطه دیگر احتیاج داریم. این روابط همان

روابط مابین تنش و کرنش می باشند که آنهارا روابط اساسی یا بنیادین می نامیم. در قسمت بعد

این روابط بنیادین برای ماده خاص سلفر با ضرایب الاستیک ضعیف ارائه خواهد شد.

* نکته: باید توجه شود که روابط سازگاری کرنش به درجه یک درجه ارائه شد. همزمان روابط مورد نیاز با دانستن

و تغییر شکل قابل قبول بودن یا نبودن میدان تغییر مکان را بیان می کردند.

۱۸-۲ و روابط ضعیف تنش کرنش و (روابط اساسی):

در بحث آتی ابتدا روابط را برای یک ماده خاص سلفر ارائه می دهیم سپس این روابط را برای یک ماده

حساستر نیز ارائه خواهیم داد. این روابط اساسی برای ماده با رفتار ضعیف تحت عنوان روابط حوت استفاده

ماتریس کرنشی

$$\epsilon_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl}$$

می شود.

ماتریس کرنشی

$$C = S^{-1}$$

$$\epsilon_{kl} = S_{klmn} \epsilon_{mn}$$

- ماتریس C و S در روابط بالا که برای یک ماده خاص سلفر بیان شده اند از مرتبه ۴ می باشند بنابراین

داری ۱۸ (۳) سلف خواهد بود. اما می توان با توجه به خاصیت متقارن بودن تانسورها تنش و کرنش به منجر

۴ مولفه مستقل برای تنش و کرنش می‌توانند و در نظر گرفتن قرارداد زیر، تنش و کرنش را به شکل زیر:

ماتریسهای 4×4 با ۳۶ مولفه تبدیل کنیم

قرارداد *

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \sigma_1 & \epsilon_{11} &= \epsilon_1 \\ \sigma_{22} &= \sigma_2 & \epsilon_{22} &= \epsilon_2 \\ \sigma_{33} &= \sigma_3 & \epsilon_{33} &= \epsilon_3 \\ \sigma_{44} &= \sigma_4 & \epsilon_{44} &= \epsilon_4 \\ \sigma_{12} &= \sigma_5 & \epsilon_{12} &= \epsilon_5 \\ \sigma_{13} &= \sigma_6 & \epsilon_{13} &= \epsilon_6 \\ \sigma_{14} &= \sigma_7 & \epsilon_{14} &= \epsilon_7 \end{aligned} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sigma_\alpha = C_{\alpha\beta} \epsilon_\beta \\ \epsilon_\beta = S_{\beta\alpha} \sigma_\alpha \end{array} \right] \quad (*)$$

ماتریسهای 4×4 دارای ۳۶ مولفه

$\alpha = \beta = 1, 2, \dots, 4$

☺

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \vdots \\ \sigma_{22} \end{bmatrix}_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{4 \times 4} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_4 \end{bmatrix}_{4 \times 1}$$

به عنوان ردیف اول:

$$\epsilon_1 = S_{11} \sigma_1 + S_{12} \sigma_2 + S_{13} \sigma_3 + S_{14} \sigma_4 + S_{15} \sigma_5 + S_{16} \sigma_6 + S_{17} \sigma_7$$

$$\sigma_4 = \dots$$

۴ رابطه یا ردیف مربوط به روابط (*) همان ۴ رابطه اساسی مورد نیاز در بخش قبلی می‌باشند، البته به

غیرمبادی برای یک ماده خاص است و به با تغییراتی این روابط را برای ماده خاص دیگر نیز در ادامه

ارائه خواهیم نمود. مانند سیمای $C_{\alpha\beta}$ و $S_{\beta\alpha}$ که اساس آن درای ۳۶ مولفه می‌باشند، میتوان برای ماده تابع انرژی

کرنشی تعریف نمود، چنین ماده‌ای را ماده هائیلبرت می‌نامند. سیمای $C_{\alpha\beta}$ و $S_{\beta\alpha}$ که اساس آن است می‌تواند برای این ماده خاص

c وی متعارف است. ب عبارت دیگر مقدار مولفه ها مستقل به ۲۱ عدد کاهش می یابد.

دو نوع متغیر برای تحلیل مولفه ها داریم α و β هر یک از این عبارات اندازه متغیرهای

خواص و متغیرهای محوری خواص.

برای α و β مولفه های متغیر خواص به این مقدار جواب مستقل به ۱۳ عدد کاهش می یابد.

اگر مولفه های متغیر خواص را به یک محدود به مولفه اول رجوع داشته باشیم بهر صورت خود به تنهایی متغیر خواص

در مولفه عمود هم سوم نیز به قرار می شود و مقدار جواب مستقل (مولفه ها مستقل) به ۹ عدد کاهش

می یابد. (ماده ای که دارای ۳ مولفه های متغیر خواص دو محدود به هم باشند و از تروپیک ناسیم می شود)

برای ماده ارتروپیک ۳ محور متغیر نیز به این در نظر داریم. همچنین ماده ای را ماده ارتروپیک یا

حساستند می توانیم به هر یک برای ماده حساستند تنها دو مولفه مستقل وجود خواهد داشت. م البته این

مولفه ها مستقل را باید به حسب جواب لانه (۱ و ۲) و یا بر حسب جواب محمدی (۱ و ۲)

باین می بینیم. رابطه تنش - کرنش برای ماده حساستند با رفتار الاستیک خطی همان قانون هک

در حالت عمومی می باشد که به شکل زیر بیان می شود:

$$\sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij}$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{E} [(1+\nu) \sigma_{ij} - \nu \sigma_{kk} \delta_{ij}]$$

$$\epsilon_{ii} = \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \frac{1}{E} [(1+\nu) \sigma_{xx} - \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})]$$

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} + \nu (\sigma_{yy} + \sigma_{zz})]$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{1-2\nu^2-\nu} \quad , \quad \mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_y + \sigma_z)$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_z)$$

$$\epsilon_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\epsilon_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

مثال: اگر در این روابط تنش در قانون عمومی صورت گیرد، آنرا می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

روابط به شکل زیر خواهد بود:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)] \pm \alpha \Delta T$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z)] \pm \alpha \Delta T$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y)] \pm \alpha \Delta T$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{yz}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{zx}$$

فصل دوم: تحلیل الاستیک به پلاستیک سازه‌ها:

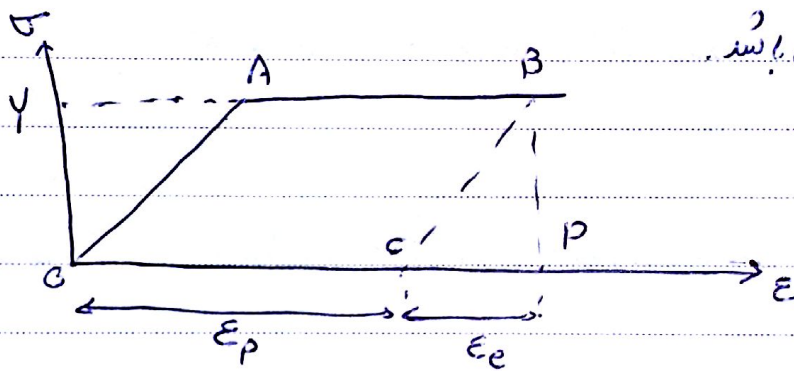
بخش اول: تحلیل الاستیک به پلاستیک سازه‌های صفحه‌ای (دو بعدی):

۱-۲: مقدمه: در این فصل رفتار سازه مطابق شکل زیر الاستیک خطی و غیر خطی

پلاستیک خطی در نظر گرفته می‌شود، البته در شکل زیر بار برداری در ناحیه پلاستیک نیز در نقطه B نمایش

دارد. توجه است، محور عمودی نسبت خط برش BC دقیقاً همان شیب GA با E می‌باشد و برش باقی مانده

در این بار برداری همان کرنش نسبی یا ϵ_p می‌باشد.



- کرنش از بار برداری و هدف عامل خارجی است. در داخل جسم باقی می‌ماند به آن کرنش

بیش می‌ماند و توسط تغییرات دما می‌تواند یکی از عوامل بروز تنش‌های پس ماند باشد که در مطلب بعدی آن

استاد می‌نمایم

تنش‌های پس ماند ناشی از تغییر دما: سازه‌ی AB مطابق شکل زیر درون منطقه سوراخ‌دارکش دارد

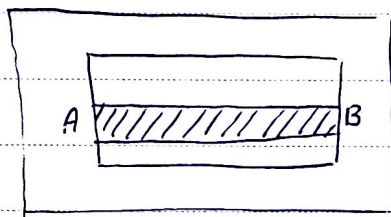
توجه: محور عمودی نسبت به محورهای سازه AB در دمای ۱۰۰۰ اما منطقه در دمای محیط است. می‌دانیم در دما

۱۵۰۰°C میل به حالت نیمه مذاب و فاقد مدول الاستیک یا حتی باشد پس از جوهرهای میل تا

درمای ۵۰۰°C سرد می شود بجز این در این دما آهن را می توان به طبع با دریل حکا $E = 200 \text{ GPa}$ در نظر گرفت

با کاهش بیشتر دما درون میل تنشهای پسماند کششی و در سطح مقطع همگن تنشهای پسماند فشاری ایجاد می شود که در

محدوده الاستیک مقدار تنش میل را می توان از طریق رابطه زیر به دست آورد: $\sigma = E \cdot \epsilon$



$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = -\alpha \cdot \Delta T$$

$$\sigma = E \cdot \epsilon = -E \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{\sigma}{E \alpha}$$

این خواص زیر ارائه شده باشد، دمای که در آن میل AB به حالت کششی تسلیم خواهد شد قابل محاسب است.

$$\begin{aligned} E &= 200 \text{ GPa} \\ \alpha &= 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \\ \sigma_{\text{تسلیم}} &= 200 \text{ MPa} \end{aligned} \Rightarrow \Delta T = -\frac{\sigma}{E \alpha} = \frac{-200 \times 10^6}{200 \times 10^9 \times 12 \times 10^{-6}} = -12.5^\circ\text{C}$$

با کاهش دما میل از ۵۰۰°C به ۲۷۵°C میل به نرم کششی تسلیم می شود.

تنش پسماند در مقاطع تولید شده به روش ریخته گری و سوهانکاری نیز به خوبی آیند به طوریکه در این روشها نودهای خارجی قطعات

در تماس با قالب با غلظتها سریع سرد شده و به یب می رسد در دمای محیط تبدیل می شوند. در حالتی که نودها

مرکزی اجزای در دمای بالایی باشند با سرد شدن نودها مرکزی (واقعاً) تنده و منقبض می شوند و تنشهای پسماند کششی در نودها

مکزی و تنشهای پیچشی در توره های خارجی ایجاد می شود. دروز تنشها پیچشی در حالت کلی مطلوب نمی باشند.
دوروز تنشهای کششی یا فشاری برای رفع تنشهای پیچشی قابل استفاده است. دوروز کششی از جنس فولاد است.
رابطه های نسبتی با لایه (400 C) می رساند، پس می توانیم فرض کنیم که در یک حالت در یک ۱۲ تا ۲۴ سانتی متر در آن را به دست

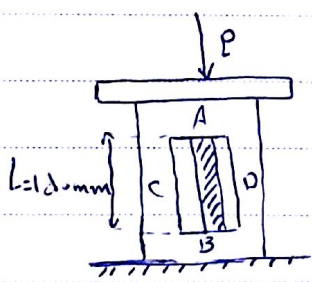
محصول می رسانند.

به منظور آشنایی با نحوه تحلیل های الاستیک - پلاستیک سازه های به شکل زیر توهم می نمایم.

مثال ۱: سله ی AB درون آبی مطابق شکل زیر قرار گرفته است. این مجموعه را در دستگاه تست فشاری قرار داده و نیروی P را تا ۷۵۰ کیلو نیوتن افزایش می دهیم و سپس به منفی می رسانیم. رفتار ماده سله و قطب را هر دو الاستیک خطی.

پلاستیک حاصل در رفتار پلاستیک. اطلاعات زیر ارائه شده است. مطلوب است:

الف) تنش در سله ی AB زمانی که $P = 750 \text{ kN}$ باشد؟ ب) قطب طابی یا تنش مجموعه پس از بار برداری؟

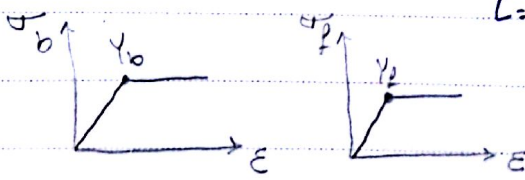


سله (bar)
مساحت سطح مقطع: $A_b = 100 \text{ mm}^2$
تنش تسلیم: $\sigma_b = 400 \text{ MPa}$

قطب (Frame)
 $A_p = 2 \times 400 = 1200 \text{ mm}^2$
 $\sigma_p = 250 \text{ MPa}$

$$E_b = E_p = 200 \text{ GPa}$$

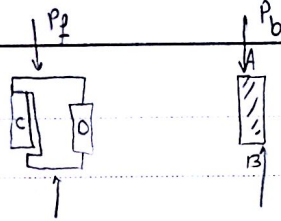
$$L = 150 \text{ mm}$$



رفتار الاستیک خطی - پلاستیک کامل؟

Subject

Date



$$P_b' = P_b + P_f \quad \text{رابطه بقا در}$$

$$\Delta_b = \Delta_f = \Delta \quad \text{رابطه یکنواختی}$$

الف) طول عضو: $P_b + P_f = 7.50$ (1)

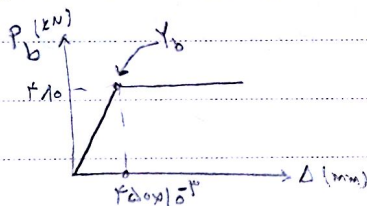
$$\Delta_b = \Delta_f \Rightarrow \frac{P_b L}{A_b E} = \frac{P_f L}{A_f E}$$

$$\frac{P_b}{P_f} = \frac{A_b}{A_f} = \frac{100}{1200} = \frac{1}{12} \Rightarrow P_b = \frac{1}{12} P_f \quad (2)$$

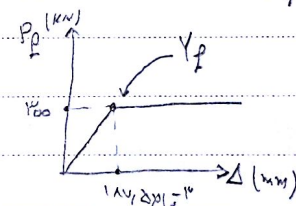
$$\Rightarrow P_f = 4.50 \text{ kN} \text{ و } P_b = 3.00 \text{ kN}$$

ابتدا نمودار نیرو-جابجایی این دو عضو را به تنهایی به شکل زیر ترسیم می‌نمایم.

($P_b - \Delta$) نمودار نیرو-جابجایی میله -



($P_f - \Delta$) نمودار نیرو-جابجایی میله -



$$P_y = Y_b A_b = 450 \times 10^4 \times 100 \times 10^{-6} = 4.50 \text{ kN}$$

$$\Delta = Y_b \cdot \frac{L}{E} = 450 \times 10^4 \times 10^{-3} = 4.50 \times 10^{-3} \text{ (mm)}$$

$$P_y = Y_f A_f = 1125 \times 10^4 \times 1200 \times 10^{-6} = 13.50 \text{ kN}$$

$$\Delta = \frac{P_y L}{A_f E} = Y_f \cdot \frac{L}{E} = 1125 \times 10^4 \times 10^{-3} = 11.25 \times 10^{-3} \text{ (mm)}$$

در مرحله اول بارگذاری می‌دانیم که میله‌ها به تنهایی در محدوده الاستیک می‌باشند و بنابراین رابطه زیر در این محدوده

برقرار است. به‌طوریکه نیروی قلاب $\frac{1}{12}$ نیروی میله می‌باشد.

$$\Delta_f = \Delta_b \Rightarrow \frac{P_f L}{A_f E} = \frac{P_b L}{A_b E} \Rightarrow \frac{P_f}{P_b} = \frac{A_f}{A_b} = \frac{12}{1} \Rightarrow P_f = 12 P_b \quad \checkmark$$

از حرکت دیگر نیروی لازم برای تسلیم شدن قاب کمتر از میلی باشد بنابراین قاب ابتدا تسلیم می شود و در این لحظه

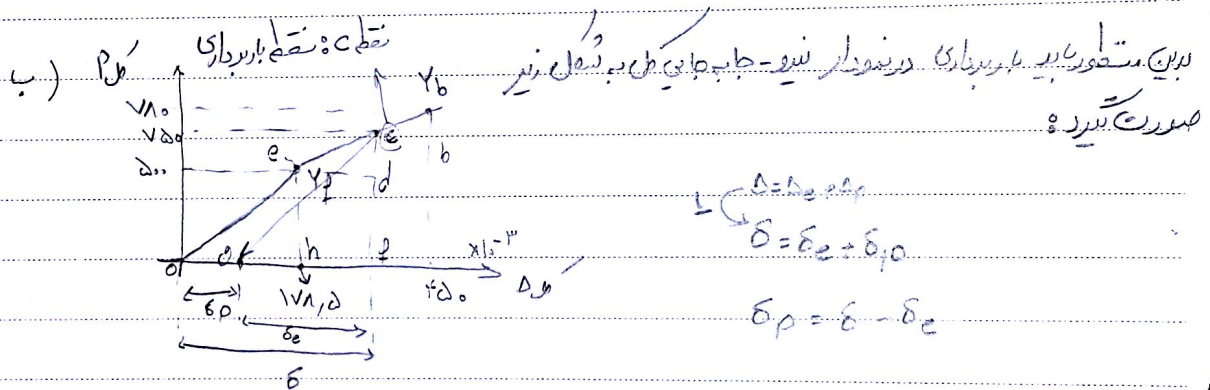
$$P_f = 300 \text{ kN}, P_b = 200 \text{ kN} \text{ و نیروی طولی برای افزایش نیروی طولی به ۷۵۰ میلی این ۲۵۰}$$

افزایش را باید میلی تحمل نماید به طوریکه مقدار نیروی آن از ۲۰۰ به ۴۵۰ افزایش خواهد یافت. (پایه ثابت است)

$$\left. \begin{array}{l} P_f = 300 \text{ kN} \\ P_b = 200 \text{ kN} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P_f = 300 \text{ kN} \\ P_b = 200 + 150 = 350 \text{ kN} \end{array} \right\}$$

$$P_{\text{کل}} = P_f + P_b = 500 \text{ kN} \quad P_{\text{کل}}' = 750 \text{ kN}$$

$$\sigma_b = \frac{P_b}{A_b} = \frac{450 \times 10^3}{100 \times 10^{-4}} = 4500 \text{ MPa}$$



$$\left. \begin{array}{l} P_b' = 750 \text{ kN} \\ P_b = 450 \text{ kN} \\ P_f = 300 \text{ kN} \end{array} \right\} \Rightarrow \delta = \Delta = \frac{P_b L}{A_b E} = \frac{450 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-4} \times 200 \times 10^9} = 471.1 \times 10^{-6} \text{ (mm)}$$

شیب باربر برای = شیب باربر برای

δ_e δ_p

$$\frac{200 \text{ (kN)}}{100 \times 10^{-4} \text{ (mm)}} = \frac{750 \text{ (kN)}}{\delta_e} \Rightarrow \delta_e = 375 \times 10^{-3} \text{ (mm)}$$

$$\delta_p = \delta - \delta_e = (421,87 \times 10^{-3}) - (281,25 \times 10^{-3}) \Rightarrow \delta_p = 140,62 \times 10^{-3} \text{ (mm)}$$

$$\epsilon_p = \frac{\delta_p}{L} =$$

۲.۲.۱. بخش دوم: تحلیل الاستیک - پلاستیک پیرامون میل استوانه ای

۲.۲.۳. مقدمه (باید آوری و فرمولها و روابط تحلیل الاستیک):

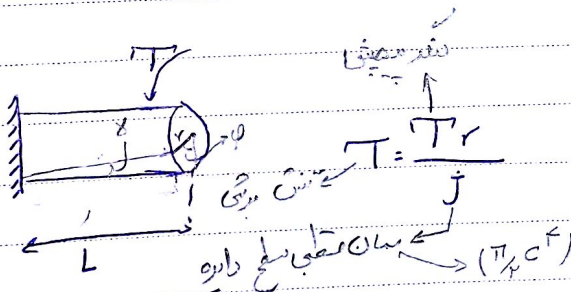
ملاحظات: ۱. قسمت عمود بر محور میل استوانه ای پس از اعمال نیرو بیشتی نیز بصورت صاف

باقی می ماند. ۲. تغییرات کرنش برشی نسبت به فاصله از محور مرکزی خطی می باشد. ۳. کرنش برشی

تناسب با کرنش برشی می باشد. ۱. قانون هوب $T = G \gamma$ در برقرار است. ۴. معادلات توار

در برقرار است. ۵. کرنشها عمود ناهمبندی می باشند.

روابط الاستیک:



$$T_{max} = \frac{T_c}{J}$$

$$\phi = L \gamma \Rightarrow \phi = \frac{r}{c} L \gamma_{max}$$

$$\phi = \frac{\gamma}{r} L$$

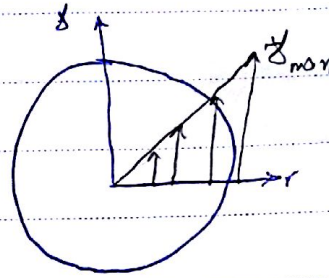
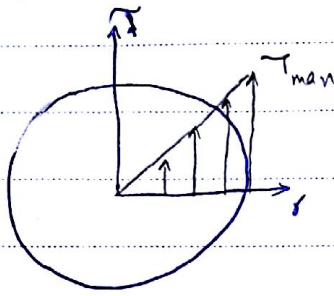
زاویه بیشتی

$$\phi = \frac{TL}{GJ}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

معدول برشی

توزیع تنش برشی در حالت الاستیک :



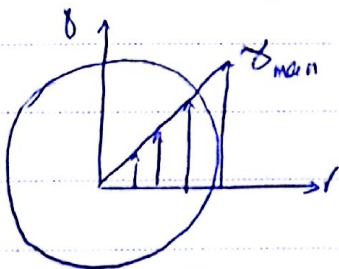
توزیع تنش برشی و کرنش برشی در دو ضلع است.
(قانون هooke) $T = G\delta$

۳-۳ تحلیل غیر خطی (پلاستیک) مسئله پیش :

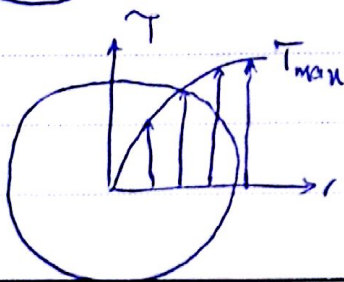
در تحلیل غیر خطی که تحلیل پلاستیک نیز جزئی از آن می باشد، فرض ایستادگی یا قانون هooke برقرار نمی باشد، بلکه به صورت کلی فرض می شود که رابطه تنش برشی و کرنش برشی مطابق شکل زیر غیر خطی می باشد.



اما فرض می شود که تغییرات یا توزیع تنش برشی همچون شکل زیر خطی می باشد.



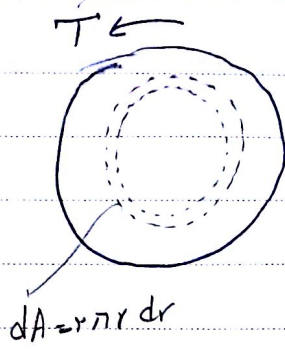
$$\delta = \frac{r}{c} \delta_{max}$$



اما توزیع تنش برشی مطابق شکل زیر غیر خطی خواهد بود.

$$\delta = \frac{r}{c} \delta_{max} \Rightarrow T = f(r)$$

$$T = f(\delta)$$



$$dF = T dA$$

$$dT = dF \cdot r$$

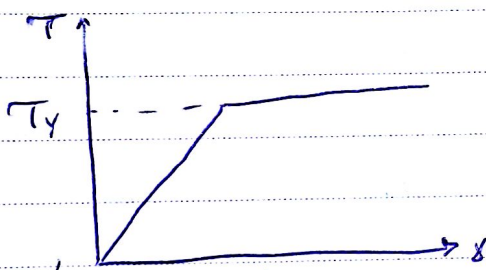
$$T = \int_A dT$$

$$T = \int_A dF \cdot r = \int_A T \cdot dA \cdot r = \int_0^c T (2\pi r dr) r$$

$$\Rightarrow T = 2\pi \int_0^c T \cdot r^2 dr$$

رابطه مقدار درجه حرارت

۳-۴ و تحلیل الاستیک - پلاستیک - الاستیک - پلاستیک - الاستیک - پلاستیک - الاستیک - پلاستیک - الاستیک - پلاستیک

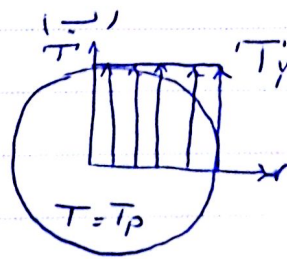
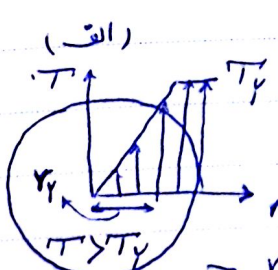
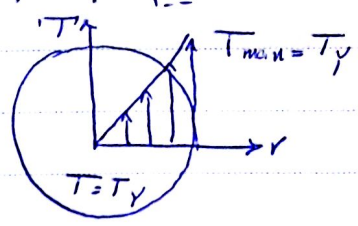
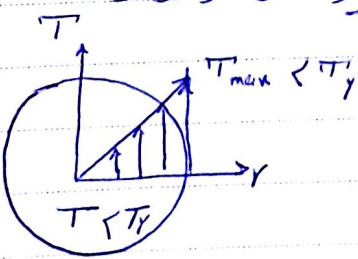


با افزایش گداز پلاستیکی اعمال شود (T) بر روی

سطح الاستیک ای ۳ مرحله از تغییر شکل قابل رستوراس

در استیل زیر چگونگی توزیع تنش برشی را در این

۳ مرحله مختلف می بینیم و به روابط مربوط به هر مرحله نیز اشاره خواهیم کرد



$$T = \frac{r}{r_y} T_y$$

مرطه الف) $T_{man} < T_y$ یا $T < T_y$ هنگام رانده الاستیک و

$$T = \frac{\pi r}{j} \quad , \quad T_{man} = \frac{T_c}{j}$$

مرطه ب) $T_{man} = T_y$ یا $T = T_y$ در رابطه الاستیک جفتان در برقرار است

$$T_{man} = T_y = \frac{T_y \cdot c}{j} = \frac{T_y \cdot c}{\frac{\pi}{4} c^4} \Rightarrow T_y = \frac{\pi}{4} c^3 T_y$$

مرطه ج) همان گونه که مشاهده می شود، در این مرحله بین محدوده الاستیک از شعاع r_y و بی محدوده

پلاستیک از شعاع r_y تا c داریم، رابطه ی مقدار پیوسته را در بی محدوده الاستیک در نظر گرفته و آن را

در بیست می آوریم و بی بار در بیست پلاستیک در نظر گرفته و T_y را در بیست می آوریم. در بیست است و مجموع این دو مقدار

همان $T_{کل}$ خواهد بود. $T > T_y$

$$T = 2\pi \int_0^c \tau \cdot r^2 \cdot dr$$

$$T_1 = 2\pi \int_0^{r_y} \tau \cdot r^2 \cdot dr = 2\pi \int_0^{r_y} \left(\frac{r}{r_y} T_y \right) r^2 \cdot dr = \frac{2\pi T_y}{r_y} \left[\frac{r^4}{4} \right]_0^{r_y} =$$

$$T_1 = \frac{\pi}{4} r_y^3 T_y \quad : \quad ۰.۲۲۴۵$$

$$T_2 = 2\pi \int_{r_y}^c \tau \cdot r^2 \cdot dr \rightarrow T_2 = 2\pi \int_{r_y}^c T_y \cdot r^2 \cdot dr = 2\pi T_y \left[\frac{r^3}{3} \right]_{r_y}^c =$$

$$= \frac{2\pi T_y}{3} [c^3 - r_y^3] = \frac{2}{3} \pi T_y c^3 - \frac{2}{3} \pi T_y r_y^3 \quad ۰.۲۷۵۵ < c$$

$$T_{کل} = T_1 + T_2 = \frac{\pi}{4} r_y^3 T_y - \frac{\pi}{4} r_y^3 T_y \Rightarrow T_{کل} = \frac{\pi}{4} c^3 T_y \left[1 - \frac{r_y^3}{c^3} \right]$$

$\downarrow$
 $r_y^3 T_y$

$$\Rightarrow \pi_{\text{کل}} = \frac{4}{3} T_Y \left[1 - \frac{\gamma_y^3}{4 c^3} \right]$$

مرطه د) $T = T_p$

$$T \rightarrow T_p \Leftrightarrow \gamma_y \rightarrow 0 \quad (\text{در راجه مرطه ج})$$

$$\Rightarrow T_p = \frac{4}{3} T_Y$$

نکته: با توجه به راجه ای زیر زاویه پیش در مرطه ج (ب) را می توان به زاویه پیش در مرطه ج (ا) ارتباط داد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\gamma_y}{c} = \frac{\varphi_p}{\varphi} \rightarrow \text{مرطه ب} \\ \varphi_p = \frac{T_p L}{GJ} \rightarrow \text{مرطه ج} \end{array} \right.$$

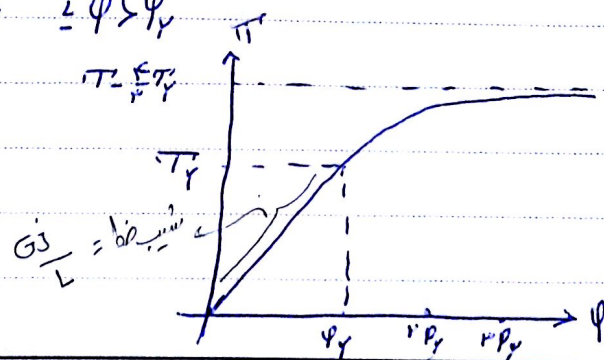
در مرطه ج فوق در راجه ای خاصی مرطه ج، به ندرت مورد استفاده داشت.

$$T = \frac{4}{3} T_Y \left(1 - \frac{\phi_y^3}{4 \phi^3} \right)$$

نسبت ثابت

منوار نسبت در پیشی: زاویه پیش $T-\phi$

$$T = \begin{cases} \left(\frac{GJ}{L} \right) \phi & T < T_Y \quad \phi < \phi_p \\ \frac{4}{3} T_Y \left[1 - \frac{\phi_y^3}{4 \phi^3} \right] & T > T_Y \quad \phi > \phi_p \end{cases}$$



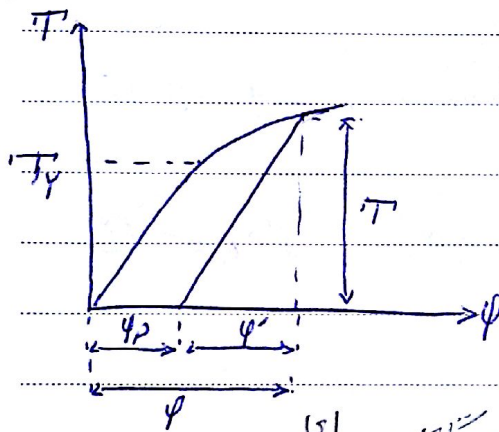
۵-۳. زاویه پیمایش سیمانده و تنشهای سیمانده

در صورتیکه تنش پیمایشی (T) متعلق به مرحله ریج باشد یا $T > T_y$ باشد، انتظار داریم که

پس از بارگذاری سقاری زاویه پیمایش سیمانده را تقی و ضمنی در توزیع تنشهای سیمانده وجود داشته باشد

که بصورت زیری توان آنهارا محاسب نمود.

- زاویه پیمایش سیمانده یا الماسیپ ϕ :



$$\phi_p = \phi - \phi'$$

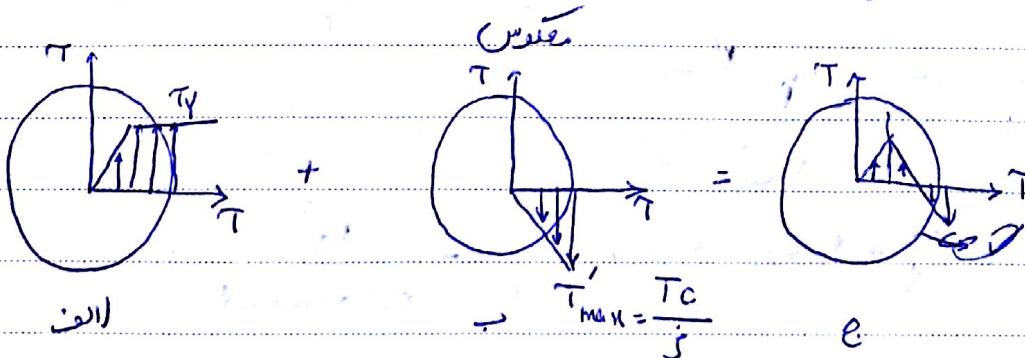
$$T = \frac{F}{A} T_y \left[1 - \frac{\phi_p^2}{\phi^2} \right] \Rightarrow \phi \checkmark$$

$$\phi' \checkmark = \frac{T_c}{T_y} \cdot \frac{GJ}{L} \Rightarrow \phi' \checkmark$$

- تنشهای سیمانده

- به استفاده از اصل جمع آثار بصورت زیر:

جمع دو توزیع تنش و بد آوردن
تنشهای سیمانده
=
اعمال تنش پیمایشی T
+
اعمال تنش پیمایشی T
و توزیع الماسیپ - پلاستیک



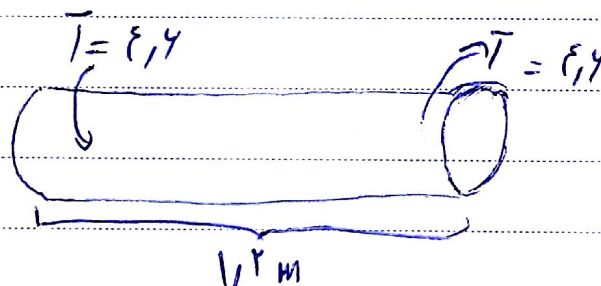
یک محور استوانه‌ای توپر به طول 1.2 m و قطر 150 mm تحت گشت بیهشی $T = 4.4\text{ kN.m}$ قرار گرفته است. رفتار ماده را لایتنک خطی - پلاستیک کامل فرض نمایید.

مطلوبه (الف): محاسبه شعاع لایتنک r_y

ب) زاویه بیهشی (ϕ)

ج) زاویه بیهشی پساندیا پلاستیک پس از بار برداشتن ϕ_p

د) تنش‌های پساندیش از بار برداشتن



$$T_y = \frac{\pi}{2} C^2 T_y = \frac{\pi}{2} (25 \times 10^{-3})^2 \times 150 \times 10^2 = 3.141\text{ kN.m}$$

$$\left. \begin{array}{l} T > T_y \\ 4.4 > 3.141 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{بنابراین در مرحله (ج) تغییر شکل قرار داریم.}$$

$$T = \frac{4}{3} T_y \left[1 - \frac{r_y^3}{r_c^3} \right]$$

$$4.4\text{ (kN.m)} = \frac{4}{3} (3.141\text{ kN.m}) \left[1 - \frac{r_y^3}{3(250\text{ mm})^3} \right]$$

P4PCO $r_y = 15.1\text{ (mm)}$

$$\frac{r_y}{c} = \frac{\phi_r}{\phi} \quad \therefore T = \frac{r_y}{r} T_y \left[1 - \frac{\phi_r}{\phi} \right]$$

$$\phi_r = \frac{T_y L}{G J} = \frac{2.14 \times 10^3 \times 1.12}{20.0 \times 10^9 \times 414 \times 10^{-9}} = 19.9 \times 10^{-3} \text{ (rad)}$$

$$J = \frac{\pi}{2} C^4 = \frac{\pi}{2} (20 \times 10^{-3})^4 = 414 \times 10^{-9} \text{ m}^4$$

$$\frac{10.1 \text{ mm}}{20 \text{ mm}} = \frac{19.9 \times 10^{-3} \text{ rad}}{142 \times 10^{-3} \text{ rad}}$$

$$\phi = 142 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\alpha = 2.14 \leftrightarrow 11.0^\circ$$

$$142 \times 10^{-3} \leftrightarrow 8.11^\circ$$

$$\phi_p = \phi - \phi'$$

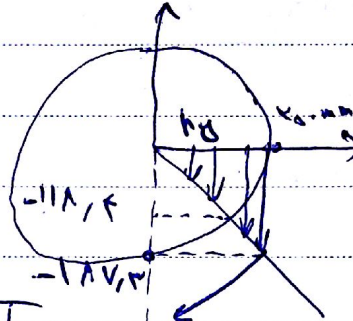
$$\phi = 11.11^\circ \text{ (حاصل از قسمت ب)}$$

$$\frac{G J}{L} = \frac{T_y}{\phi} \quad \therefore \phi' = \frac{T_y L}{G J} = \frac{4.14 \times 10^3 \times 1.12}{20.0 \times 10^9 \times 414 \times 10^{-9}} = 4.44 \times 10^{-3} \text{ (rad)}$$

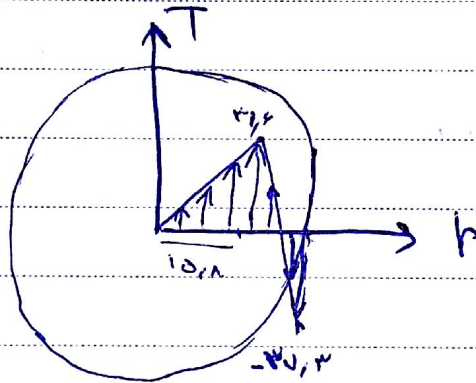
$$\phi' = 4.44 \times 10^{-3} \text{ (rad)}$$

$$\phi_p = 11.11^\circ - 4.44^\circ = 6.67^\circ$$

(د) تنش های پساند
بکار گیری جمع آثار:



$$\tau = \frac{T_{gr}}{j} = \begin{cases} t = 10,1 \times 10^{-3} \Rightarrow -111,5 \text{ MPa} \\ t = 40 \times 10^{-3} \Rightarrow -111,5 \text{ MPa} \end{cases}$$



محور است

نقش بر روی کلیه المانها - المانهای مستطیلی - المانهای دایره ای

بار دوری کلی المانها

فرمولها

اه صفا عبور محور بر روی (درجه از غش) عبور یافته می باشد

۲. حالت استیلا

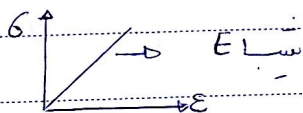
۳. محورها از غش از مرکز سطح عبور می کنند و در مورد سطح مقطع های دایره ای

$$\bar{Y} = \frac{\sum \bar{y}A}{\sum A}$$

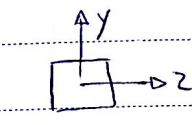
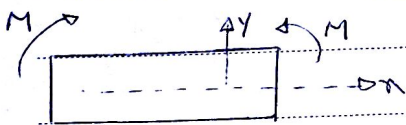
نسبت برابری



۴. ابعاد سطح استیلا در بر روی المانها



$$\sigma = E\epsilon$$



نسبت

نسبت

$$\sigma_x = \frac{-My}{I}$$

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{S}$$

$$S = \frac{I}{c}$$

در سطح

المان

Subject:

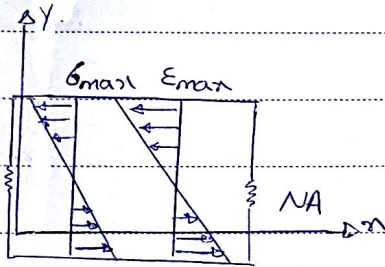
Year. Month. Date. ()

$$\epsilon_x = \frac{-y}{\rho'}$$

شعاع انحناء

$$\frac{1}{\rho'} = \frac{M}{EI}$$

$$\epsilon_x = \frac{-y}{c} \epsilon_{max}$$



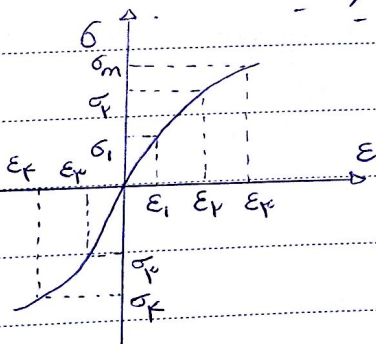
در کلل الاستاتیک تئوری تنش و کرنش هم درجه ۱

کلل غیر خطی (پلاستیک) درجه ۲

در کلل غیر خطی یا رفتاری واد از انبساط غیر خطی مواد و یا پس از عبور از نقطه تسلیم مشاهده می شود

غیر خطی تنش در تنش هم داریم در هر صورت ما فرض می کنیم کلل الاستیک قانون هوب-یر قرار

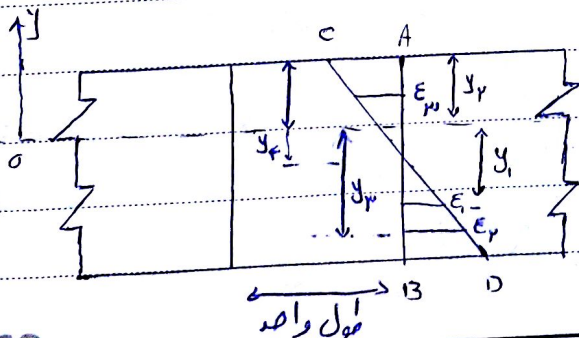
عمر است پلاستیک فرض می شود رفتاری واد از انبساط شکل زیر غیر خطی مواد



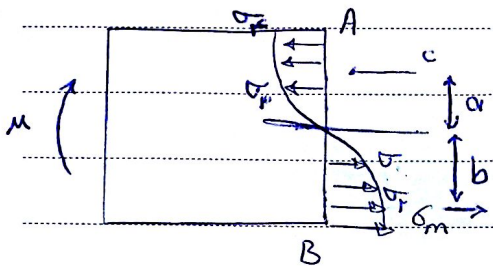
تفسیر این تنش هم چنان در کلل غیر خطی مواد

کلل الاستیک فرض می شود رفتاری واد

$$\epsilon_x = \frac{-y}{c} \epsilon_{max}$$



اما توزیع تنش مطابق شکل زیر در این حالت غیر یکنواخت خواهد بود



و σ : نیروها در فشار (کشی) به ترتیب در مرتبه مساوی بالا و پایین تار کشی اعمال شده اند.

موقعیت

در کل غیر یکنواختی یا یکنواختی از جنس تمام اول می باشد در کل یکنواختی است و می باشد

تار کشی از هر یک سطح مقطع عبور می کند در کل غیر یکنواختی از جنس نزدیک از هر یک سطح عبور می کند

علامه ضرر طرح باید باروش از هر یک و خط میانه ای که معادلات تعادل در بخش را آورده شود باید موقعیت

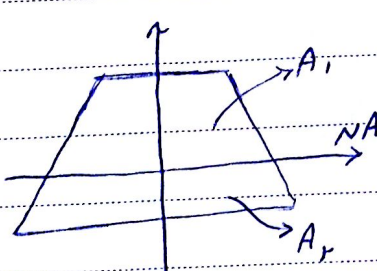
در این حالت

رای (افقی) موقعیت از جنس در کل غیر یکنواختی یا یکنواختی است به ضرورت این سطح مقطع دارای دو محور

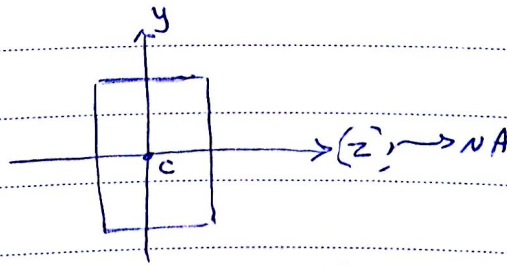
تقابل افقی و عمودی است (محور ۲ ها، ۳ ها) محورها هم حال از جنس می باشد از هر یک سطح عبور

عمود می باشد این سطح مقطع تنها دارای محور تقابل عمودی است (محور ۳ ها) از جنس در کل یکنواختی

قابل در موقعیت فرض می شود و در نهایت مساوی در بالا و پایین یک کار در در (در بخش) است و در



$$A_1 = A_2$$

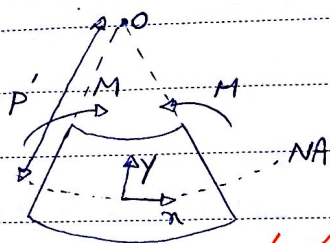


در محور تقابل افقی و عمودی

PAPCO

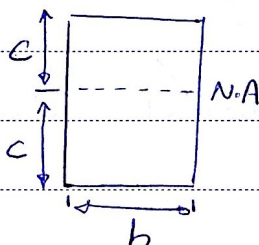
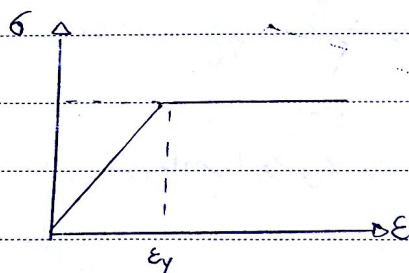
محور تقابل عمودی

ترسیم بریده است

$$\Sigma F_x = 0$$


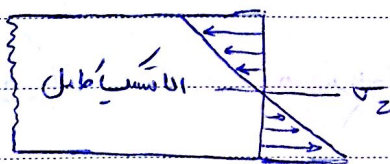
$$M = - \int_A \sigma_x \, dA \Rightarrow \text{bilinear}$$

۷.۴ کل سال ۸۱ سال - سال استریشوریا ۸۲ سال - سال احمد - سال اطل



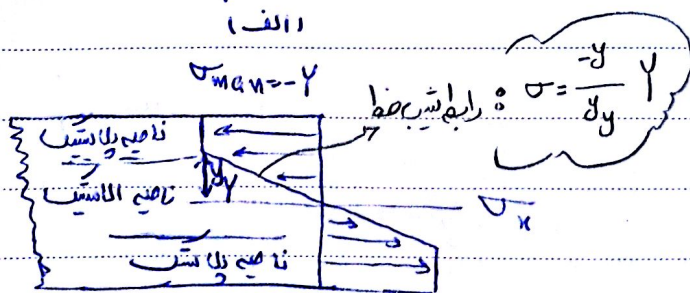
الفرائس، تشاد، عيسى (M)، حارم، دار، زعفران، قاتل، عرواسا، نیرتیش، موری

(۵۴) در این ۴ مرحله، در اشغال، زیر مشاهد و به رسم (در این ۱) مطالعات و کسب اشار و خواهر شد



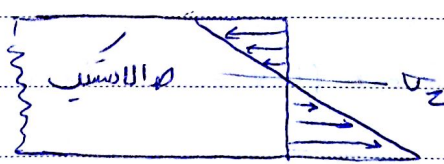
$$M < M_y \quad \sigma_{max} < Y$$

(الف)



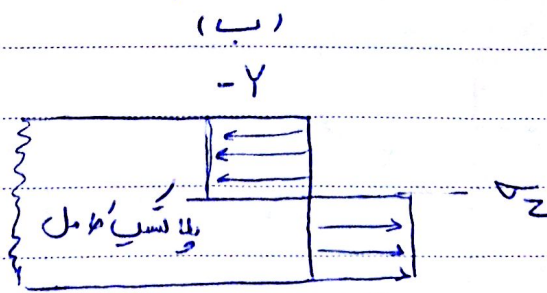
$$m > m_Y \quad \nabla_{m,n} = +Y$$

i.e.,



$$M = M_Y \quad \nabla_{m \alpha n} = Y$$

(4)



$$M = M_p$$

(2)

$M < M_r$ در حالت الف

$$\sigma = \frac{-Mg}{I}, \quad \sigma_{\max} = \frac{Mc}{I}$$

$M = M_r$ در حالت ب

$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} \Rightarrow \gamma = \frac{M_r c}{\frac{1}{r} b (k) r^3}$$

$$\Rightarrow M_r = \frac{r}{p} b c^2 \gamma$$

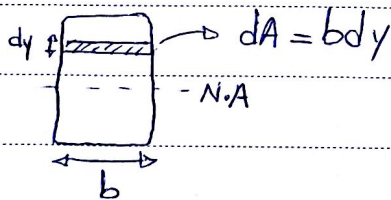
$M > M_r$ در حالت ج

در حالت الف، تنش در بخش بالایی از مقطع کمتر از تنش در بخش پایینی است. تنش در بخش پایینی به مقدار σ_y می‌رسد و در بخش بالایی به مقدار σ_c می‌رسد.

در حالت ب، تنش در بخش بالایی و پایینی به مقدار σ_y می‌رسد. در حالت ج، تنش در بخش بالایی به مقدار σ_c می‌رسد و در بخش پایینی به مقدار σ_y می‌رسد.

در حالت الف، تنش در بخش بالایی از مقطع کمتر از تنش در بخش پایینی است. تنش در بخش پایینی به مقدار σ_y می‌رسد و در بخش بالایی به مقدار σ_c می‌رسد.

در حالت ب، تنش در بخش بالایی و پایینی به مقدار σ_y می‌رسد. در حالت ج، تنش در بخش بالایی به مقدار σ_c می‌رسد و در بخش پایینی به مقدار σ_y می‌رسد.



در حالت الف، تنش در بخش بالایی از مقطع کمتر از تنش در بخش پایینی است. تنش در بخش پایینی به مقدار σ_y می‌رسد و در بخش بالایی به مقدار σ_c می‌رسد.

$$M_r = -r b \int_0^{y_y} \sigma_x y dy = -r b \int_0^{y_y} \left(\frac{-y}{y_y} y \right) y dy = \frac{r b y}{y_y} \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^{y_y} = \frac{r b y}{3} y_y^2$$

$$M_r = -r b \int_{y_y}^c \sigma_x y dy = -r b \int_{y_y}^c (1 - y/y_y) y dy = r b y \left[\frac{y^2}{2} \right]_{y_y}^c = b c^2 y - b y_y^2 y$$

$-c < y < -y_y$